1.x 4th

वर्ग - 9th
विषय - गणित

परिमेय संख्या → जो संख्या $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जाए जहाँ p और q पूर्णांक है जबकि q ≠ 0. परिमेय संख्या को Q अक्षर से निरूपित किया जाता है। दो परिमेय संख्या के बीच अनगिनत परिमेय संख्या निकाला जाता है।

अपरिमेय संख्या → जो संख्या $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जाता है अपरिमेय संख्याएँ कहलाती है। अपरिमेय संख्या को S अक्षर से सूचित किया जाता है। दो अपरिसंख्या के बीच अनगिनत अपरिमेय संख्या लिखी जाती हैं। जैसे $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 0.101101110—

पूर्ण संख्या → 0 से शुरू होने वाली संख्या को पूर्ण संख्या कहा जाता है। इस संख्या अक्षर W से निरूपित किया जाता है।

प्राकृत संख्या → गिनती की संख्या को प्राकृत संख्या कहा जाता है। इस अक्षर N से सूचित किया जाता है।

पूर्णांक संख्या → गिनती की संख्या में ऋणात्मक संख्या को मिलाने से जो संग्रह प्राप्त होता है उसे पूर्णांक कहा जाता है। इसे अक्षर Z से सूचित किया जाता है।

वास्तविक संख्या → संख्या रेखा के संग्रह को वास्तविक संख्या कहा जाता है। इसे अक्षर R से सूचित किया जाता है।

उमा शंकर शर्मा

page 02

Ex-1.1

(1) हाँ, $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}$ इत्यादि।

(2) 3 और 4 के बीच 6 परिमेय संख्या

$3 = \frac{3}{10} \times 10 = \frac{30}{10}$

$4 = \frac{4}{10} \times 10 = \frac{40}{10}$

$\frac{31}{10}, \frac{32}{10}, \frac{33}{10}, \frac{34}{10}, \frac{35}{10}, \frac{36}{10}$

(3) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30}$

$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$

$\frac{19}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}$

इस प्रकार अनन्त परिमेय संख्या सम हर करके निकाल लिया जाता है। यह विधि सरल विधि है। इसके अलावा सूत्र के माध्यम से भी निकाला जाता है।

(4) (i) सत्य

(ii) असत्य (iii) असत्य

Page 03

Ex 1.2

(1)(i) सत्य, क्योंकि परिमेय और अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्या के अंग होते हैं।

(ii) असत्य है क्योंकि कोई भी ऋण संख्या किसी प्राकृत संख्या का वर्गमूल नहीं हो सकती है।

(iii) असत्य, क्योंकि 5 वास्तविक संख्या है लेकिन अपरिमेय नहीं।

(2) नहीं, $\sqrt{4} = 2$ एक परिमेय संख्या है।

प्रश्न 3 और 4 आठवीं कक्षा में पढ़ चुके हैं।

Ex-1.3

नोट → किसी भी परिमेय संख्या को सांत होने के लिए हर का अभाज्य गुणनखंड केवल 2 और 5 हो या अभाज्य गुणनखंड दोनों हो तब परिमेय संख्या सांत हो जाता है। सांत का मतलब p में q से भाग देने पर शेष को शून्य होना है। यदि q का अभाज्य गुणनखंड 2 और 5 न हो तो वह परिमेय संख्या असांत आवर्ती हो जाता है। यानि भाग देने पर शेष शून्य नहीं आता है।

इस प्रश्नावली को वर्क बनाया जाएगा अभी आप अपने घर पर बनाइये। यह सभी सवाल क्लास 7 और 8 में बनवाया गया है।

Scanned with CamScanner

Page 04

Ex 1.5

(1) (i) $2-\sqrt{5}$ अपरिमेय है।

नोट (i) परिमेय और अपरिमेय का जोड़ हमेशा अपरिमेय होता है।

(ii) परिमेय और अपरिमेय का अन्तर हमेशा अपरिमेय होता है।

(ii) $(3+\sqrt{23})-\sqrt{23}$

$3+\sqrt{23}-\cancel{\sqrt{23}}$

$= 3$ परिमेय

(iii) $\frac{2\cancel{\sqrt{7}}}{7\cancel{\sqrt{7}}}$

$= \frac{2}{7}$ परिमेय

(iv) $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$

अपरिमेय

(v) 2π = अपरिमेय

परिमेय और अपरिमेय का गुणनफल अपरिमेय होता है।

परिमेय और अपरिमेय का भागफल अपरिमेय होता है।

(2) (i) $(3+\sqrt{3})(2+\sqrt{2})$

$= 2(3+\sqrt{3})+\sqrt{2}(3+\sqrt{3})$

$= 6+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3$

(ii) $(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$

$= 3^2-(\sqrt{3})^2$

$= 9-3 = 6$

Scanned with CamScanner

Page 05

(2) (iii) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$= 5 + 2\sqrt{10} + 2$

$= 7 + 2\sqrt{10}$

(iv) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

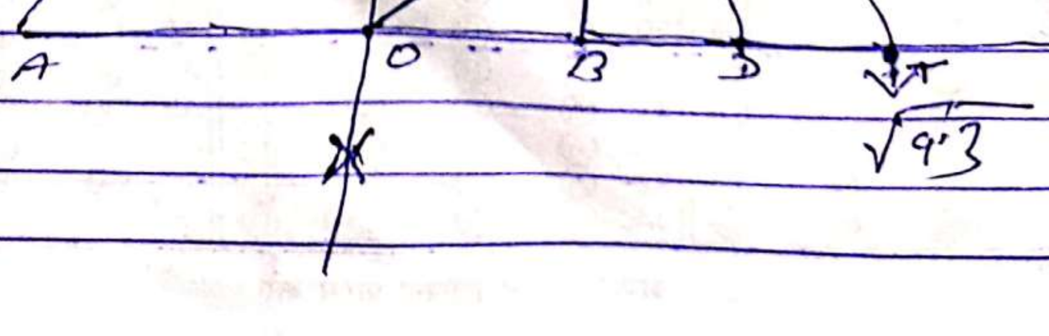
$= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$

(3) $\pi = \frac{c}{d}$

$\frac{c}{d}$ का निकटतम मान लेकर गणितज्ञ ने मान लिया है कि π एक अपरिमेय संख्या है।

(4) को कक्षा में बताया जाएगा।

संख्या रेखा पर $\sqrt{9.3}$ को निरूपित कीजिए।



रचना

इसको दिखाने के लिए 4.3cm रेखाखंड लिया गया है। AB को आगे बढ़ाकर BD = 1cm लिया है। इसके बाद AD को दो बराबर भाग में बांटा गया है यानि AO = DO

AO = DO को त्रिज्या मानकर केन्द्र O से एक अर्धवृत्त खींचा गया है। इसके बाद बिन्दु B से BE लम्ब खींचा गया है। BE को नाप लेकर ~~संख्या रेखा पर~~ बिन्दु B से संख्या रेखा पर काटा गया है। संख्या रेखा पर जहाँ T पर मिलता है। वह BT संख्या रेखा पर $\sqrt{4.3}$ हुआ।

5 (i) $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

हरों का परिमेयकरण का मतलब है कि हर के करणी को हटाकर हर को परिमेय बनाना है।

(ii) $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1}$

यदि हर में (−) है तो अंश और हर में (+) से गुणा किया जाता है। यदि हर में (+) है तो अंश और हर में (−) रखकर गुणा किया जाता है। ऐसा करने से ~~करणी~~ हर का करणी हट जाता है।

(iii) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

(iv) $\frac{1}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{7}+2}{7-2}$

$= \frac{\sqrt{7}+2}{5}$

Scanned with CamScanner

page 08

Ex 1.6

(1) (i) $64^{\frac{1}{2}} = 8^{2\times\frac{1}{2}} = 8$

$64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = \sqrt{8\times8} = 8$

इस प्रकार के प्रश्न को घातांक और करणी दोनों के रूप में हल बनाया जा सकते हैं।

(ii) $32^{\frac{1}{5}} = 2^{5\times\frac{1}{5}} = 2$

(iii) $125^{\frac{1}{3}} = 5^{3\times\frac{1}{3}} = 5$

(2) (i) $9^{\frac{3}{2}} = 3^{2\times\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$

(ii) $32^{\frac{2}{5}} = 2^{5\times\frac{2}{5}} = 2^2 = 4$

(iii) $16^{\frac{3}{4}} = 2^{4\times\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$

(iv) $125^{-\frac{1}{3}} = 5^{3\times-\frac{1}{3}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

(3) (i) $2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{5}} = 2^{\frac{10+3}{15}} = 2^{\frac{13}{15}}$

(ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^7 = \frac{1}{3^{21}}$

(iii) $7^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{2}} = (7\times8)^{\frac{1}{2}} = 56^{\frac{1}{2}}$

~~बहुपद की परिभाषा~~

~~बीजीय~~ बीजीय व्यंजक — बीजीय व्यंजक चर और अचर के गुणनफल से बनता है। जैसे — $3x$, $5y$, $6x^2$ जहाँ 3, 5, 6 अचर हैं और x और y चर हैं।

बहुपद की परिभाषा → जिस बीजीय व्यंजक में चर का मान पूर्ण संख्या होता है उसे बहुपद कहा जाता है। बहुपद भिन्न भिन्न पदों में होता है। एक पद वाले बहुपद को एकपद, दो पद वाले बहुपद को द्विपद, तीन पद वाले बहुपद को त्रिपद, चार पद वाले पद चतुर्थपद इत्यादि कहा जाता है। ~~जिस बहुपद में~~ किसी भी बहुपद में चर का अधिकतम घात देखा जाता है। अधिकतम घात को ही बहुपद का घात कहा जाता है। एक से अधिक पद वाला बहुपद (+) या (−) से जोड़ा जाता है। बीजीय व्यंजक के अचर मान को बहुपद का गुणांक कहा जाता है।

$3x + 3y$ इस बहुपद में x और y का गुणांक 3 है। बहुपद एक चर ~~वाले~~ या भिन्न-भिन्न चर वाला भी

होता है।

Ex – 2.1

(i) $4x^2 - 3x + 7$ इस बहुपद चर का घातांक पूर्ण संख्या है। 2, 1, 0 इसलिए यह बहुपद है।

$7 = 7 \times x^0 = 7$

7 को $7 \times x^0$ के रूप में भी लिखा जा सकता है।

(ii) $y^2 + \sqrt{2}$ बहुपद है।

(iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2} = 3t^{\frac{1}{2}} + t\sqrt{2}$

इसमें चर का मान पूर्ण संख्या नहीं है।
∴ यह बहुपद नहीं है।

(iv) $y + \frac{2}{y} = y + 2y^{-1}$ इसमें चर का पूर्ण संख्या नहीं है। ∴ यह बहुपद नहीं है।

(v) $x^{10} + y^3 + t^{30}$ यह भिन्न-भिन्न चर वाला बहुपद है जिसका घात पूर्ण संख्या है। ∴ यह बहुपद है।

(page 11)

(2) (i) $2+x^2+x$ = 1

(ii) $2-x^2+x^3$ = -1

(iii) $\frac{\pi}{2}x^2+x$, $=\frac{\pi}{2}$

(iv) $\sqrt{2}x-1$ = 0

(3) (i) $3x^{35}-10$ (ii) x^{100}

(4) (i) ~~4~~ 3 (ii) 2 (iii) 1 (iv) $3x^0 = 0$

(5) (i) द्विघाती (ii) त्रिघाती (iii) द्विघाती (iv) रैखिक

(v) रैखिक (vi) द्विघाती (vii) $7x^3$ त्रिघाती

Ex - 2.2

(1) (i) $P(x) = 5x - 5x^2 + 3$

$P(0) = 5\times0 - 5\times0 + 3$

$= 0 - 0 + 3$

$= 3$

Page 12

(ii) $p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$p(-1) = 5\times -1 - 4(-1)^2 + 3$

$= -5 - 4 + 3$

$= -9 + 3$

$= -6$

(iii) $p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$p(2) = 5\times 2 - 4\times(2)^2 + 3$

$= 10 - 16 + 3$

$= 13 - 16$

$= -3$

इसी प्रकार प्रश्न (2) बनाइये।

3 (i) $p(x) = 3x + 1$

$p(\frac{1}{3}) = \cancel{3}\times\frac{1}{\cancel{3}} + 1$

$= 1 + 1$

$= 2$

शून्यक नहीं है।

(ii) $p(x) = 5x - \pi$

$p(\frac{4}{5}) = \cancel{5}\times\frac{4}{\cancel{5}} - \pi$

$= 4 - \pi$ नहीं

Scanned with CamScanner

page 13

(iii) $p(x) = x^2 - 1$ (iii) $p(x) = x^2 - 1$

$p(1) = 1^2 - 1$ $p(-1) = (-1)^2 - 1$

$= 1 - 1$ $= 1 - 1$

0 शून्य है। $= 0$ शून्य है।

(iv) $p(x) = (x+1)(x-2)$ $p(x) = (x+1)(x-2)$

$p(-1) = (-1+1)(1-2)$ $= p(2) = (2+1)(2-2)$

$= 0 \times -1$ $= p(2) = 3 \times 0$

$= 0$ $= 0$ शून्य है।

शून्य है।

(v) $p(x) = x^2$ (vi) $p(x) = lx + m$

$p(0) = 0^2$ $p(-\frac{m}{l}) = l \times -\frac{m}{l} + m$

$= 0$ $= -m + m$

शून्य है। $= 0$ शून्य है।

(vii) $p(x) = 3x^2 - 1$ $p(x) = 3x^2 - 1$

$p(-\frac{1}{\sqrt{3}}) = 3 \times (\frac{-1}{\sqrt{3}})^2 - 1$ $= 3 \times (\frac{2}{\sqrt{3}})^2 - 1$

$= 3 \times \frac{1}{3} - 1$ $= 3 \times \frac{4}{3} - 1$

$= 1 - 1 = 0$ $= 4 - 1 = 3$

शून्य नहीं है।

page 14

5

(i) $p(x) = x+5$
$0 = x+5$
$x = -5$

(ii) $x-5 = 0$
$x = 5$

(iii) $p(x)\ 2x+5$
$\Rightarrow 2x+5 = 0$
$\Rightarrow 2x = -5$
$\therefore x = -\frac{5}{2}$

(iv) $3x-2 = 0$
$3x = 2$
$x = \frac{2}{3}$

(v) $3x = 0$
$x = \frac{0}{3}$
$x = 0$

(vi) $ax = 0$
$x = \frac{0}{a}$
$x = 0$

नोट $= ax + 4 = 0$
$ax = -4$
$x = -\frac{4}{a}$
इसी पर सवाल बना है

page 15

यूक्लिड की अभिगृहीत और अभिधारणाऐं

यूक्लिड की अभिगृहीत सात हैं जो निम्न हैं →

(1) वे वस्तुऐं जो एक ही वस्तु के बराबर हों एक दूसरे के बराबर होती है।

(2) यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।

(3) यदि बराबरों को बराबरों में से घटाया जाए, तो शेषफल भी बराबर होते हैं।

(4) वे वस्तुऐं जो परस्पर संपाती हो, एक दूसरे के बराबर होती है।

(5) पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।

(6) एक ही वस्तुओं को दुगुने परस्पर बराबर होते हैं।

(7) एक ही वस्तुओं के आधे परस्पर होते हैं।

इसे हमेशा याद रखना है। यह परीक्षा के लिए जरूरी है।

यूक्लिड की अभिधारणाएँ पाँच हैं जो निम्नलिखित हैं →

(1) एक बिन्दु से एक अन्य बिन्दु तक एक सीधी रेखा खींची जा सकती है।

(2) ~~दिए हुए दो भिन्न बिन्दुओं से होकर एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है।~~

(2) एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।

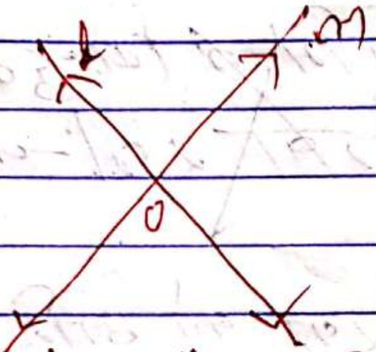
(3) किसी को केन्द्र मानकर और किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।

(4) सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते हैं।

(5) यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिर कर अपने एक ही ओर दो अंतः कोण इस प्रकार बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोण से कम हो, तो वे दोनों सीधी रेखाएँ

अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती हैं जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

प्रमेय (5.1) दो भिन्न रेखाओं में एक से अधिक बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं हो सकता है। इसे सिद्ध करो।



माना कि ये दो रेखाएँ दो भिन्न बिन्दुओं P और Q पर प्रतिच्छेद करती हैं।

∴ दो भिन्न बिन्दुओं P और Q से होकर जाने वाली दो रेखाएँ l और m हैं। परन्तु यह कथन नियम का विरुद्ध है। दो भिन्न बिन्दुओं से होकर एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है। अतः हम जिस कल्पना से चले थे कि दो रेखाएँ दो भिन्न बिन्दुओं से होकर जाती हैं गलत है।

इससे निष्कर्ष निकल जाता है कि दो भिन्न रेखाओं में एक से अधिक बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं होगा।

proved

Ex 5.1

(1) (i) असत्य, एक बिन्दु से अनगिनत रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

(ii) असत्य, दो भिन्न बिन्दुओं से होकर केवल एक रेखा खींची जा सकती है।

(iii) सत्य, सांत रेखाखण्ड (रेखाखण्ड)

(iv) असत्य

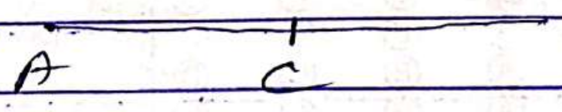
(v) $AB = PQ$ — (i)

$xy = PQ$ — (ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$AB = xy$

(6)



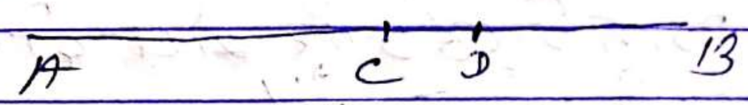
$\Rightarrow AC + BC = AB$

$AC = BC$ $\quad \Rightarrow AC + AC = AB$

$\Rightarrow 2AC = AB$

$\therefore AC = \frac{1}{2} AB$

(5)



माना कि AB रेखाखंड का दो मध्य बिन्दु C और D है।

$AC = \frac{1}{2}AB$ — (i)

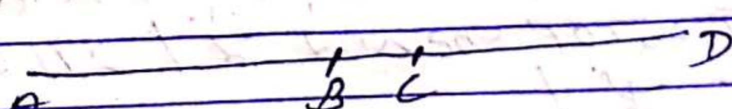
$AD = \frac{1}{2}AB$ — (ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$AC = AD$

अतः किसी रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु एक ही होता है।

(6)



दिया $AC = BD$

$AC = BD$

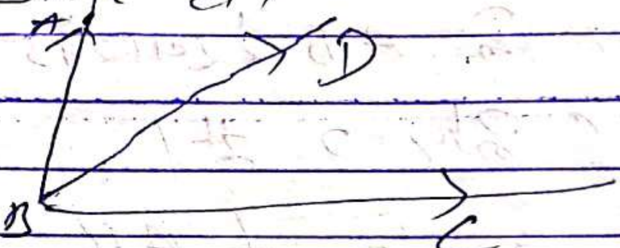
$\Rightarrow AC - BC = BD - BC$

$\therefore AB = CD$ proved

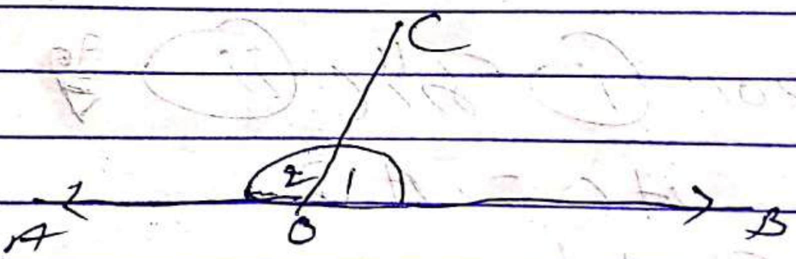
Page 20

सम्पूरक कोण → ऐसे दो कोण जिनका योग 180° हो, सम्पूरक कोण कहलाते हैं।

आसन्न कोण (संलग्न कोण) → ऐसे दो कोण जिनमें एक भुजा उभयनिष्ठ और शेष दो भुजाएँ उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत की ओर हों।

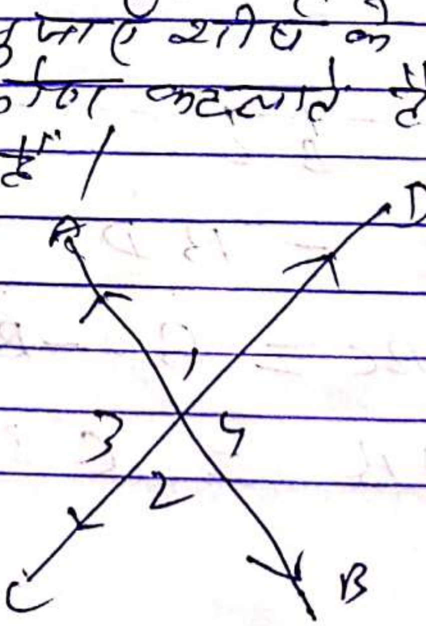


रैखिक युग्म → ऐसे आसन्न कोण जिनका योग 180° हो, रैखिक युग्म कहलाता है।



$\angle 1 + \angle 2 = 180°$

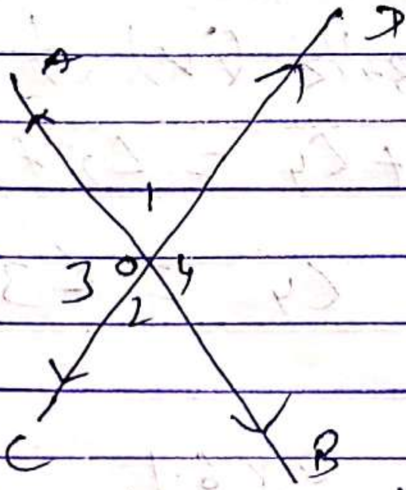
शीर्षाभिमुख कोण → ऐसे दो कोण जिनका शीर्ष एक हो और भुजाएँ शीर्ष के विपरीत की ओर हों, शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं। शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।



$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

प्रमेय 6.1 → यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।



दिया हुआ AB और CD दो रेखाएँ हैं जो परस्पर O बिन्दु पर प्रतिच्छेद होते हैं।

सिद्ध करना है कि

$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

प्रमाण →

$\angle 1 + \angle 4 = 180$ — (i)

$\angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$ — (ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$\angle 1 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 2$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

~~इसी प्रकार~~

$\cancel{\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ}$

$\cancel{\angle 1 + \angle 3}$

इसी प्रकार $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ — (iii)

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ — (iv)

समीकरण (iii) और (iv) से

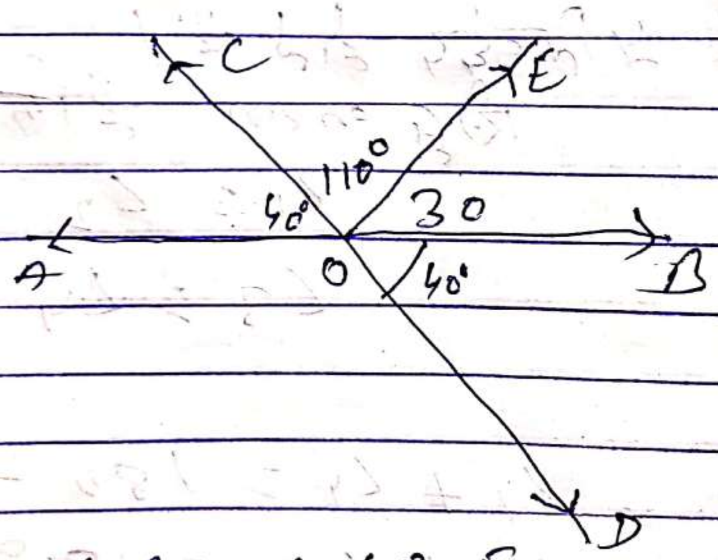
$\angle 2 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$

$\therefore \angle 4 = \angle 3$

proved

Ex 6.1

(1)



दिया है $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$

$\Rightarrow 40^\circ + \angle BOE = 70^\circ$

$\Rightarrow \angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$

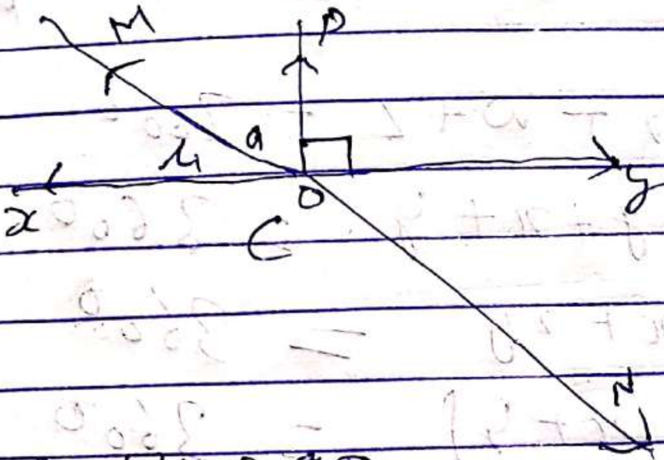
$\therefore \angle BOE = 30^\circ$

और $\angle COE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

प्रतिवर्ती $\angle COE = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

Ex - 6.1

(2)



या, $2x + 3x = 90$

या, $5x = 90$

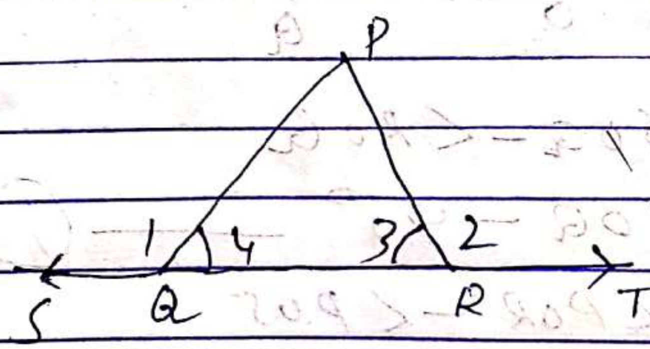
$\therefore x = 18^\circ$

$a = 2x = 2 \times 18 = 36^\circ$

$b = 3x = 3 \times 18 = 54$

$c = \angle xoy = 90^\circ + 36 = 126^\circ$ Ans

(3)



दिया है $\angle 1 = \angle 2$

$\angle 1 + 4 = 180^\circ$ — (i)

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ — (ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$

$\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 3$

$\therefore \angle 4 = \angle 3$ proved

(4) $x + y + w + z = 360^\circ$

या, $x + y + x + y = 360^\circ$

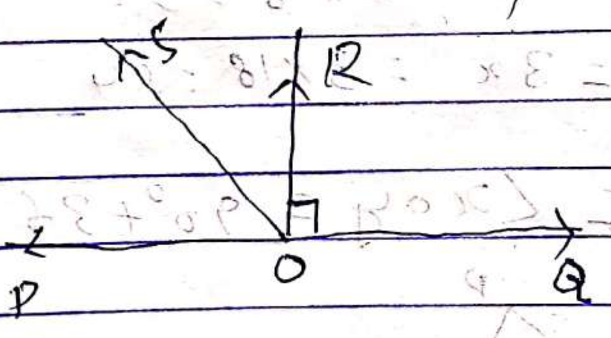
या, $2x + 2y = 360^\circ$

या, $2(x + y) = 360^\circ$

$\therefore x + y = 180^\circ$

$\therefore$ AOB एक रेखा है।

(5)



$\angle ROS = \angle SOQ - \angle ROQ$

$\angle ROS = \angle SOQ - 90^\circ$ ——— (i)

तथा $\because \angle ROS = \angle POR - \angle POS$

$\angle ROS = 90^\circ - \angle POS$ ——— (ii)

$\therefore$ समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$\angle ROS = \angle SOQ - \cancel{90^\circ}$

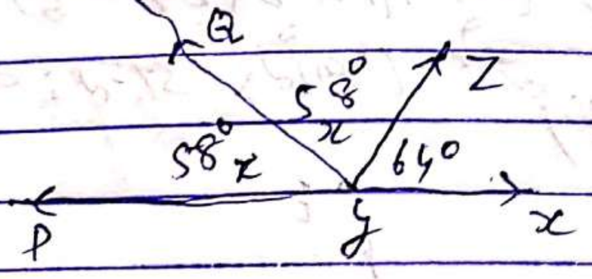
$\angle ROS = \cancel{90^\circ} - \angle POS$

$2\angle ROS = \angle SOQ - \angle POS$ $\therefore \angle ROS = \frac{1}{2}(\angle SOQ - \angle POS)$

Scanned with CamScanner

Ex 6.1

(6)



$\Rightarrow x + x + 64 = 180^\circ$

$\Rightarrow 2x + 64 = 180^\circ$

$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 64$

$\Rightarrow x = \frac{116}{2} = 58^\circ$

$\therefore \angle XYQ = 64 + 58 = 122^\circ$

प्रतिवर्ती $\angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$ Ans

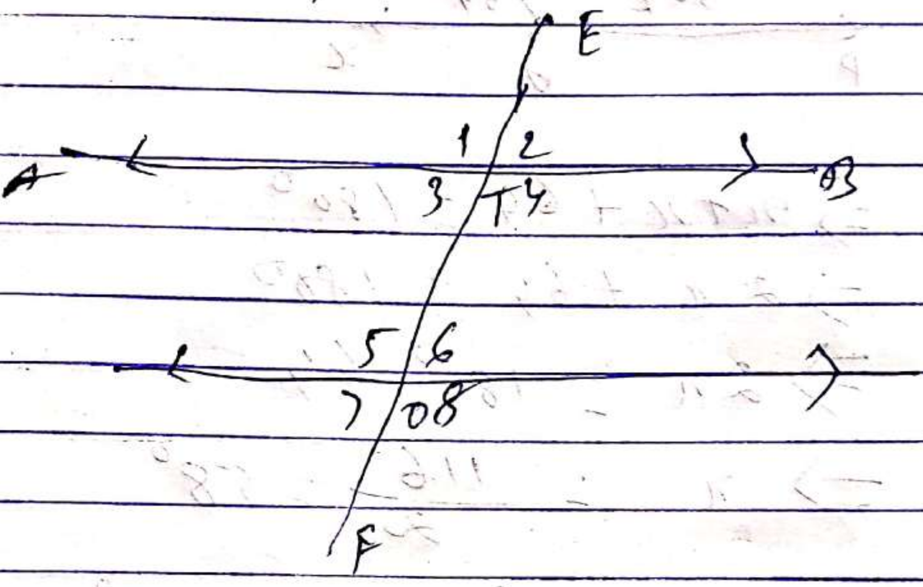
अभिगृहीत (6.3) → यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

अभिगृहीत (6.4) यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर है तो दोनों रेखाएँ परस्पर समांतर होती हैं।

अभिगृहीत को ध्यान में रखकर ही कोई प्रमेय को साबित किया जाता है।

इस पर विशेष ~~ध्यान~~ ध्यान रखें।

प्रमेय 6.2 → यदि एक तिर्यक रेखा दो // रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो एकांतर अन्तः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।



दिया हुआ AB // CD दो रेखाएं जिन्हें एक तिर्यक रेखा EF O और T बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है तो सिद्ध करना है कि

$\angle 4 = \angle 5$

$\angle 3 = \angle 6$

प्रमाण →

$\angle 1 = \angle 4$ — (i) शीर्षाभिमुख कोण

$\angle 1 = \angle 5$ — (ii) संगत कोण

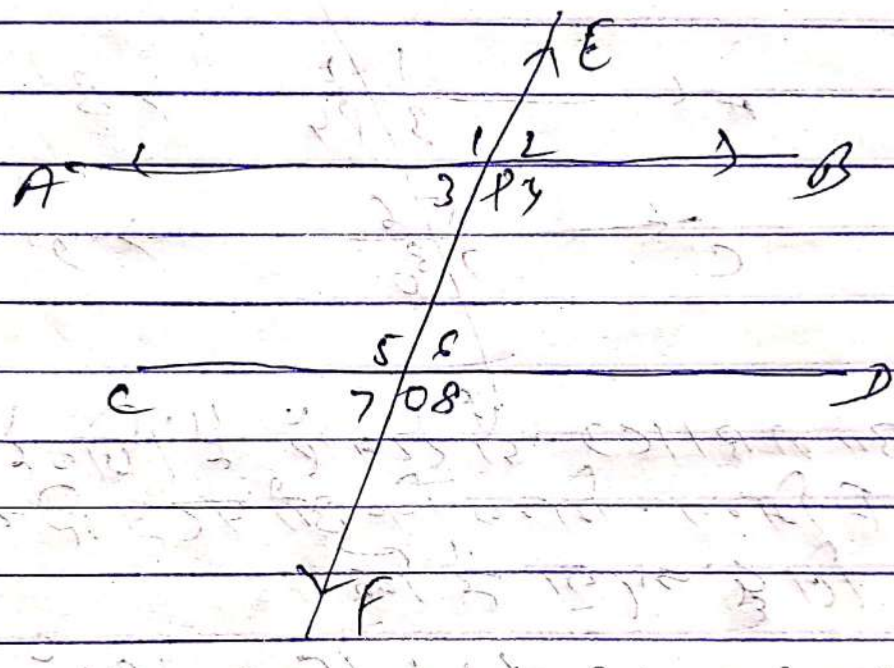
समीकरण (i) और (ii) से

$\angle 4 = \angle 5$

इसी प्रकार

$\angle 3 = \angle 6$ proved

प्रमेय 6.3 → यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि एकान्तर अंतः कोणों का एक युग्म बराबर हो तो दोनों रेखा ए परस्पर // होती है।



दिया हुआ AB और CD दो रेखाएं हैं। जिन्हें एक तिर्यक रेखा भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है और एकांतर अन्तःकोणों का युग्म बराबर है तो सिद्ध करना है कि $AB \parallel CD$

प्रमाण →

$$\angle 4 = \angle 5 \quad \text{— (i)}$$

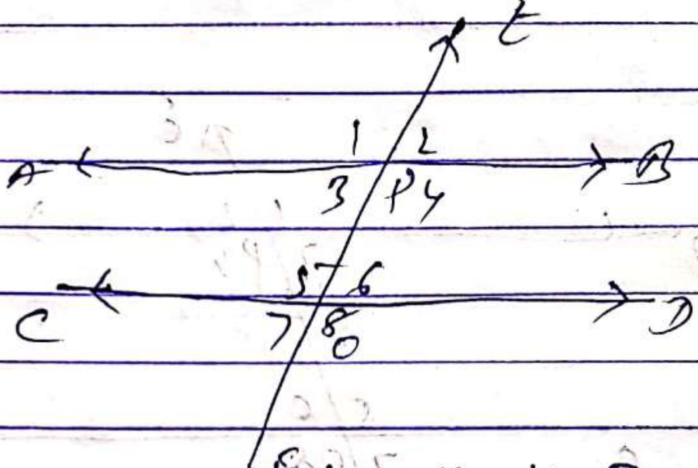
$$\angle 1 = \angle 5 \quad \text{— (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\angle 1 = \angle 4 \quad \text{संगत कोण}$$

$\therefore AB \parallel CD$ proved

प्रमेय 6.4 यदि एक तिर्यक रेखा दो ॥ रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।



दिया हुआ AB ∥ CD दो रेखाएँ हैं। जिन्हें एक तिर्यक रेखा EF भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है तो सिद्ध करना है कि

$$\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$$
$$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$$

प्रमाण → $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ — (i) रैखिक युग्म

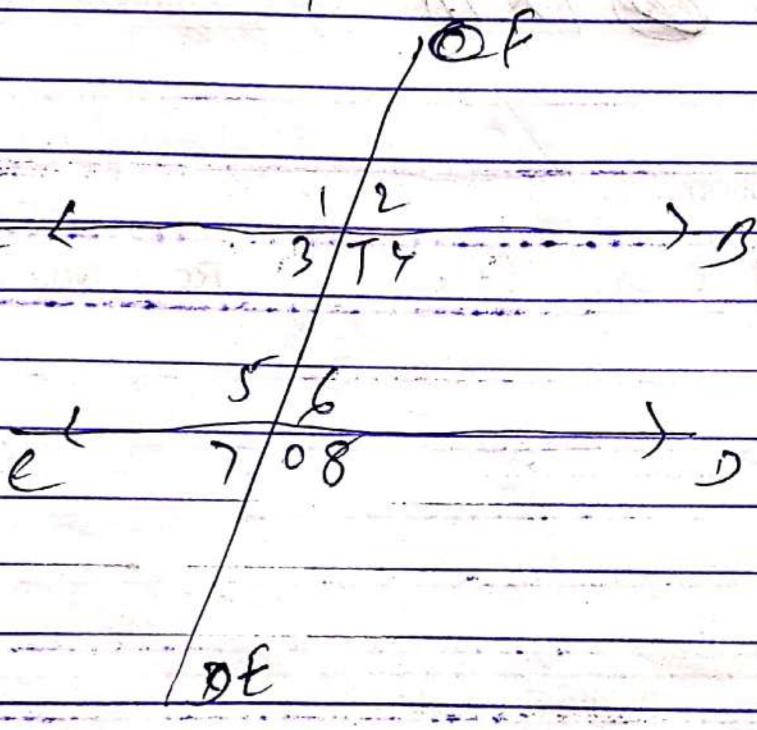
$\angle 2 = \angle 6$ — (ii) संगत कोण

समीकरण (i) में (ii) का मान रखने पर

$$\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$$

इसी प्रकार
$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ proved

प्रमेय 6.5 यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक हो तो दोनों रेखाएं परस्पर || होती है।



दिया हुआ AB और CD दो रेखाएं जिन्हें एक तिर्यक रेखा भिन्न भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है और एक ही ओर के अन्तः कोण संपूरक है तो सिद्ध करना है कि AB || CD

प्रमाण →

$\angle 2 + \angle 4 = 180$ — (i)

$\angle 4 + \angle 6 = 180$ — (ii)

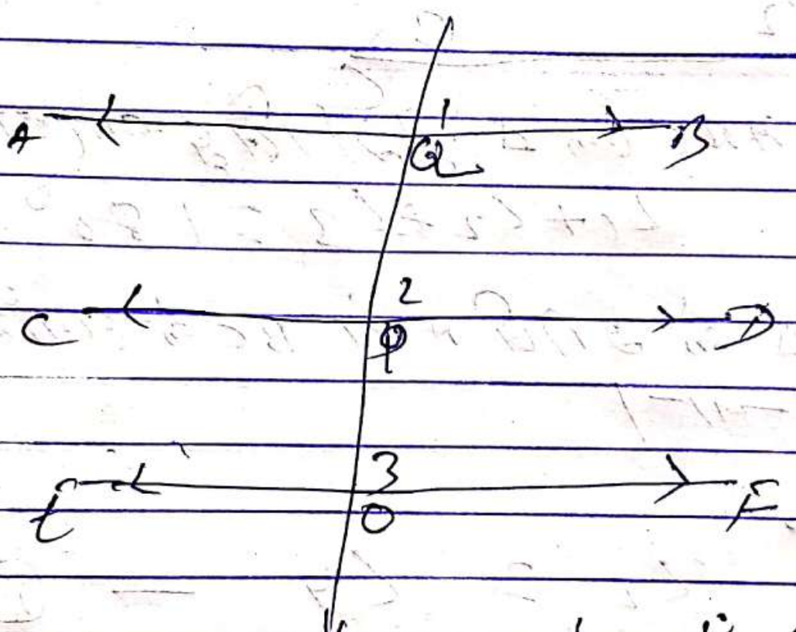
समीकरण (i) और (ii) से

$\angle 2 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 6$

$\therefore \angle 2 = \angle 6$ संगत कोण

∴ AB || CD proved

प्रमेय 6.6 → वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर हों तो परस्पर || होती हैं।



दिया हुआ AB और CD रेखाएँ EF रेखा को समांतर है तो सिद्ध करना है कि AB || CD

प्रमाण → AB || EF

$\angle 1 = \angle 3$ — (i)

फिर ∵ CD || EF

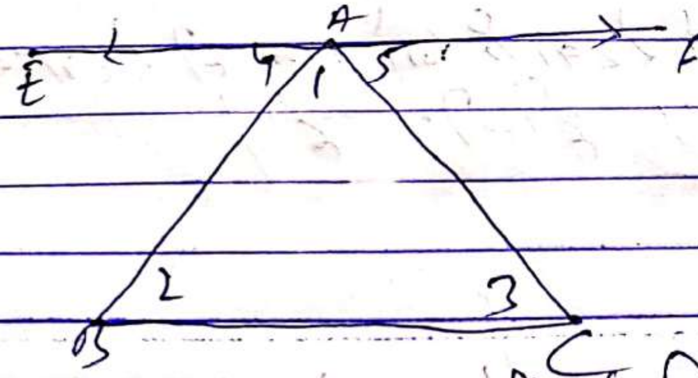
$\angle 2 = \angle 3$ — (ii)

∴ समीकरण (i) और (ii) से

$\angle 1 = \angle 2$

∴ AB || CD proved

प्रमेय-6 → किसी Δ के कोणों का योग 180° होता है।



दिया हुआ → ABC एक Δ है। सिद्ध करना है कि

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

रचना → Δ के शीर्ष A से BC के समांतर EF एक रेखा खींचा।

प्रमाण →

$$\angle 2 = \angle 4 \quad \text{— (i)}$$

$$\angle 3 = \angle 5 \quad \text{— (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

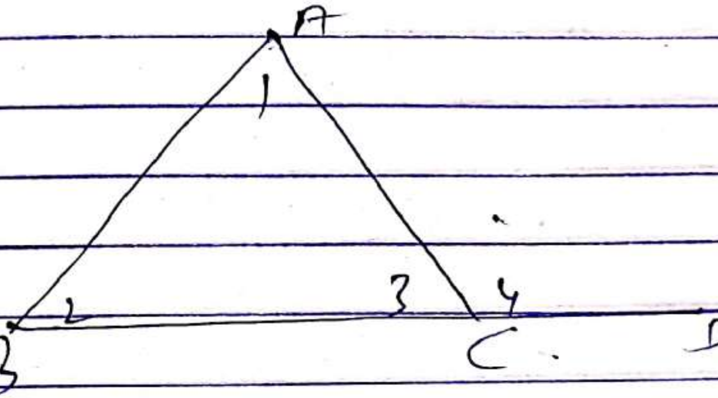
$$\angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 5 \quad \text{— (iii)}$$

समीकरण (iii) में दोनों तरफ ∠1 को जोड़ने पर

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4 + \angle 5$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$ proved

प्रमेय 6.8 यदि एक Δ की एक भुजा बढ़ाई जाए, तो इस प्रकार बना बहिष्कोण दोनों अन्तः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।



दिया हुआ ABC एक Δ है सिद्ध करना है

$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$

प्रमाण →

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \quad \text{— (i)}$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad \text{— (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$

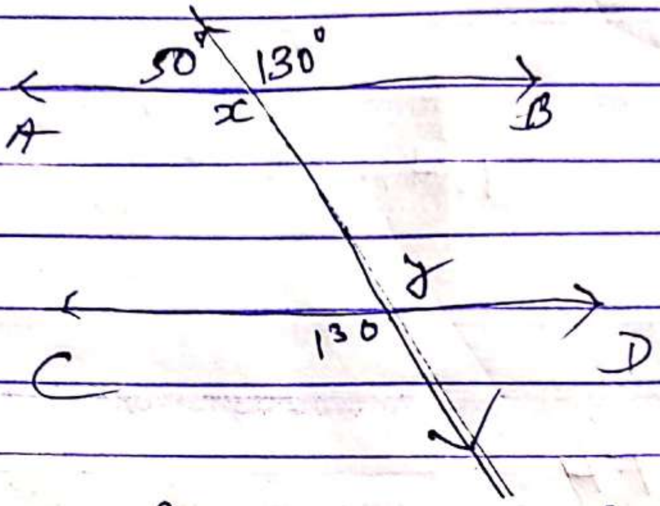
$$\therefore \angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$

proved

(1)

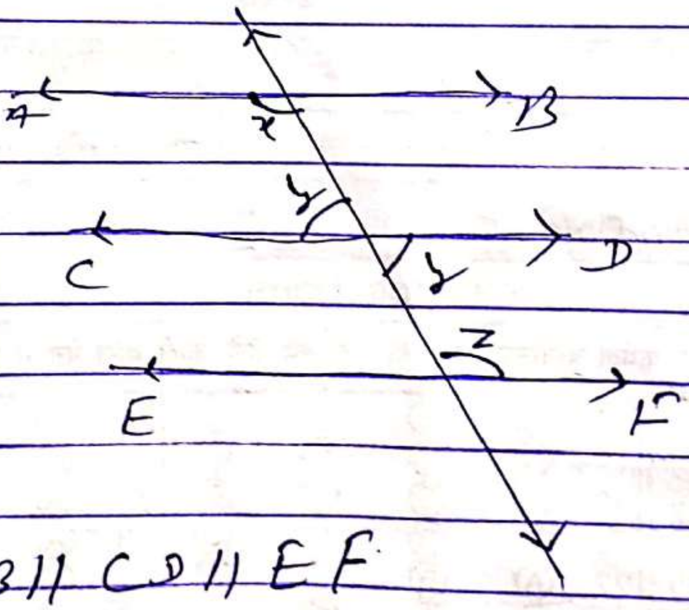
प्रश्नावली 6.2

(1)



$x = 130^\circ, \quad y = 130^\circ$

(2.)



AB || CD || EF

$\therefore y + z = 180^\circ$

or, $3x + 7x = 180^\circ$

or, $10x = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 18^\circ$

$\therefore y = 3x = 3 \times 18 = 54^\circ$

$z = 7x = 7 \times 18 = 126^{\circ}$

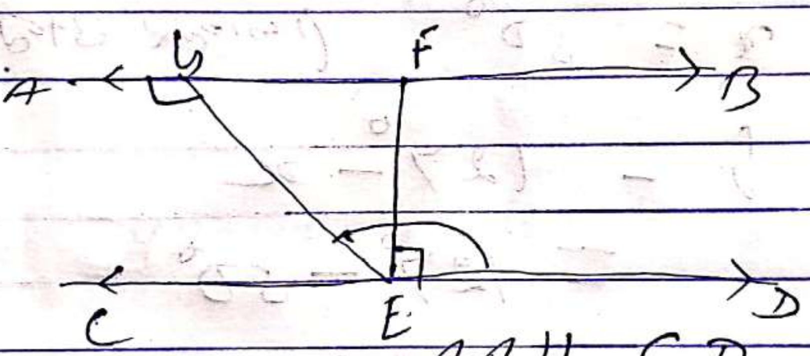
$x + y = 180^{\circ}$

বা, $x = 180^{\circ} - y$

বা, $x = 180^{\circ} - 54$

$\therefore x = 126^{\circ}$

(2)



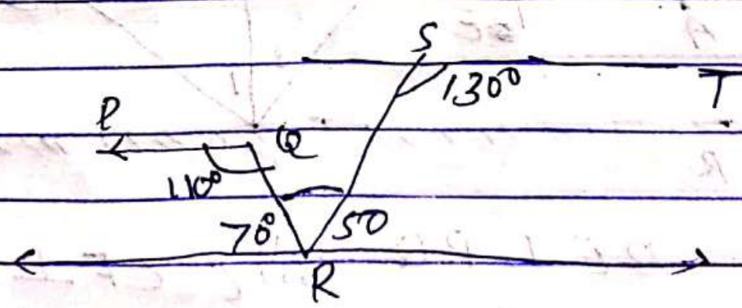
$AB \parallel CD$

$\angle AGE = \angle GED$ (একান্তর অন্তঃকোণ)

$\angle GEF = 126^{\circ} - 90^{\circ} = 36^{\circ}$

$\angle FGE = 180^{\circ} - 126^{\circ} = 54^{\circ}$

(4.)



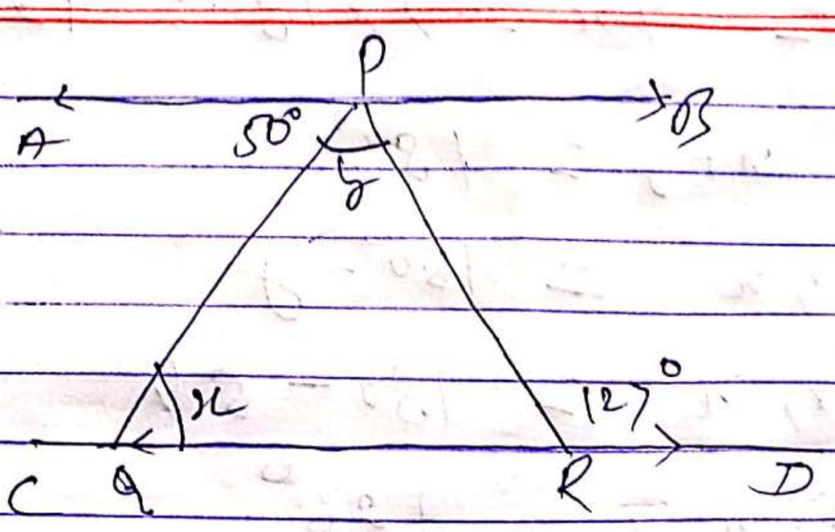
$PQ \parallel ST$

$\angle QRS = 180^{\circ} - (70^{\circ} + 50^{\circ})$

$= 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$

3

5.



$AB \parallel CD$

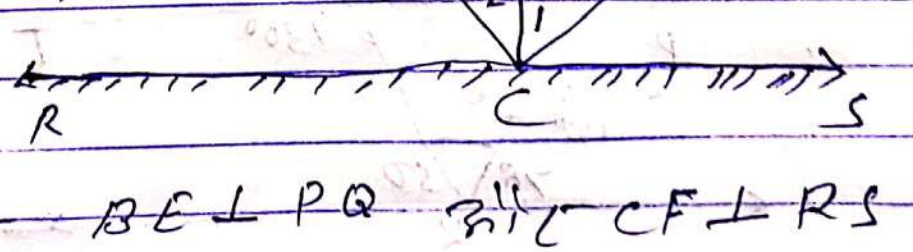
$x = 50°$ (एकांतर अन्तः कोण)

$y = 127° - x$

$= 127° - 50°$

$= 77°$

6.



रचना — $BE \perp PQ$ और $CF \perp RS$ खींचा

प्रमाण → $\angle 1 = \angle 2$ —— (1)

(4)

$\angle 3 = \angle 4$ — (ii) समतल दर्पण के नियम से

$PQ \parallel RS$

$\angle 2 = \angle 3$ — (iii)

समीकरण (i), (ii) और (iii) से

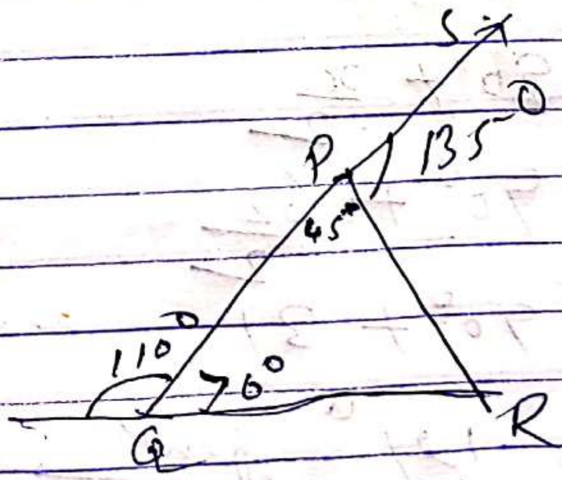
$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$

और यह एकान्तर अंतः कोण है।

$\therefore AB \parallel CD$ proved

प्रश्नावली 6.3

(1)



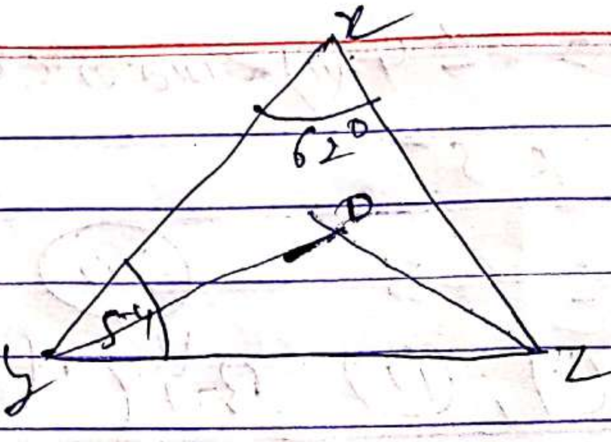
$\angle PRQ = 180^\circ - (70^\circ + 45^\circ)$

$= 180^\circ - 115^\circ$

$= 65^\circ$ Ans

5

2.



$\Delta\, xyz$ में

$\angle xzy = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ)$

$= 180^\circ - 116^\circ$

$= 64^\circ$

$\angle ozy = \frac{64}{2} = 32^\circ$

Ans. $\angle yoz = 90^\circ + \frac{x}{2}$

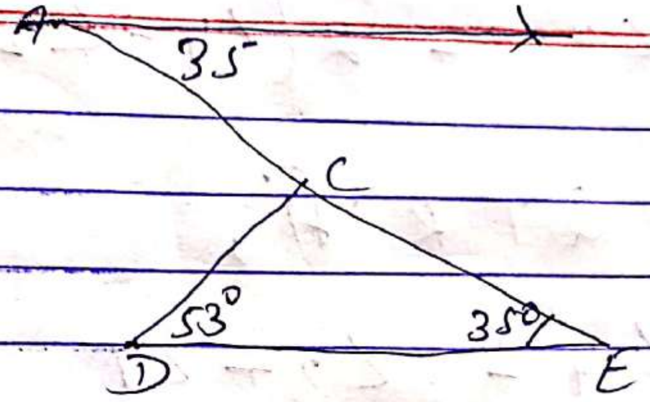
$= 90^\circ + \frac{62}{2}$

$= 90^\circ + 31$

$= 121^\circ$ Ans

(6)

(9)



$AB \parallel DE$

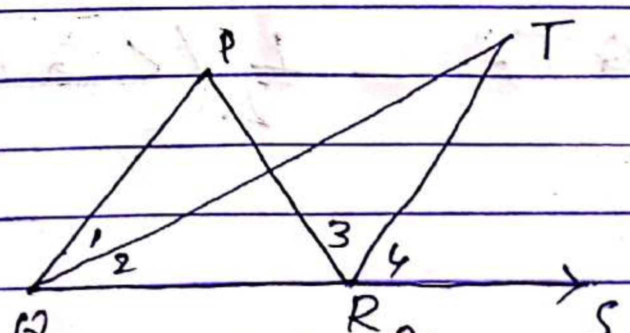
$\therefore \angle CED = 35^\circ$

$\therefore \angle DCE = 180^\circ - (53^\circ + 35^\circ)$

$= 180^\circ - 88^\circ$

$= 92^\circ$ Ans

(6.)



$\triangle PQR$ 9.

$\angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle P$

$\Rightarrow \angle 4 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 2 + \angle P$

$\Rightarrow 2\angle 4 = 2\angle 2 + \angle P$

$\Rightarrow \angle P = 2\angle 4 - 2\angle 2$

Scanned with CamScanner

7

$\therefore \angle P = 2(\angle 4 - \angle 2)$ — (i)

फिर ΔQTR में,

$\angle 4 = \angle 2 + \angle T$

$\Rightarrow \angle T = \angle 4 - \angle 2$ — (ii)

समीकरण (ii) का मान समीकरण (i) में रखने पर

$\angle P = 2\angle T$

$\therefore \angle T = \frac{\angle P}{2}$

$\therefore \angle QTR = \frac{1}{2}(\angle QPR)$ proved

निर्देशांक ज्यामिति
Coordinate Geometry

कार्तीय पद्धति (Cartesian Sytem) →

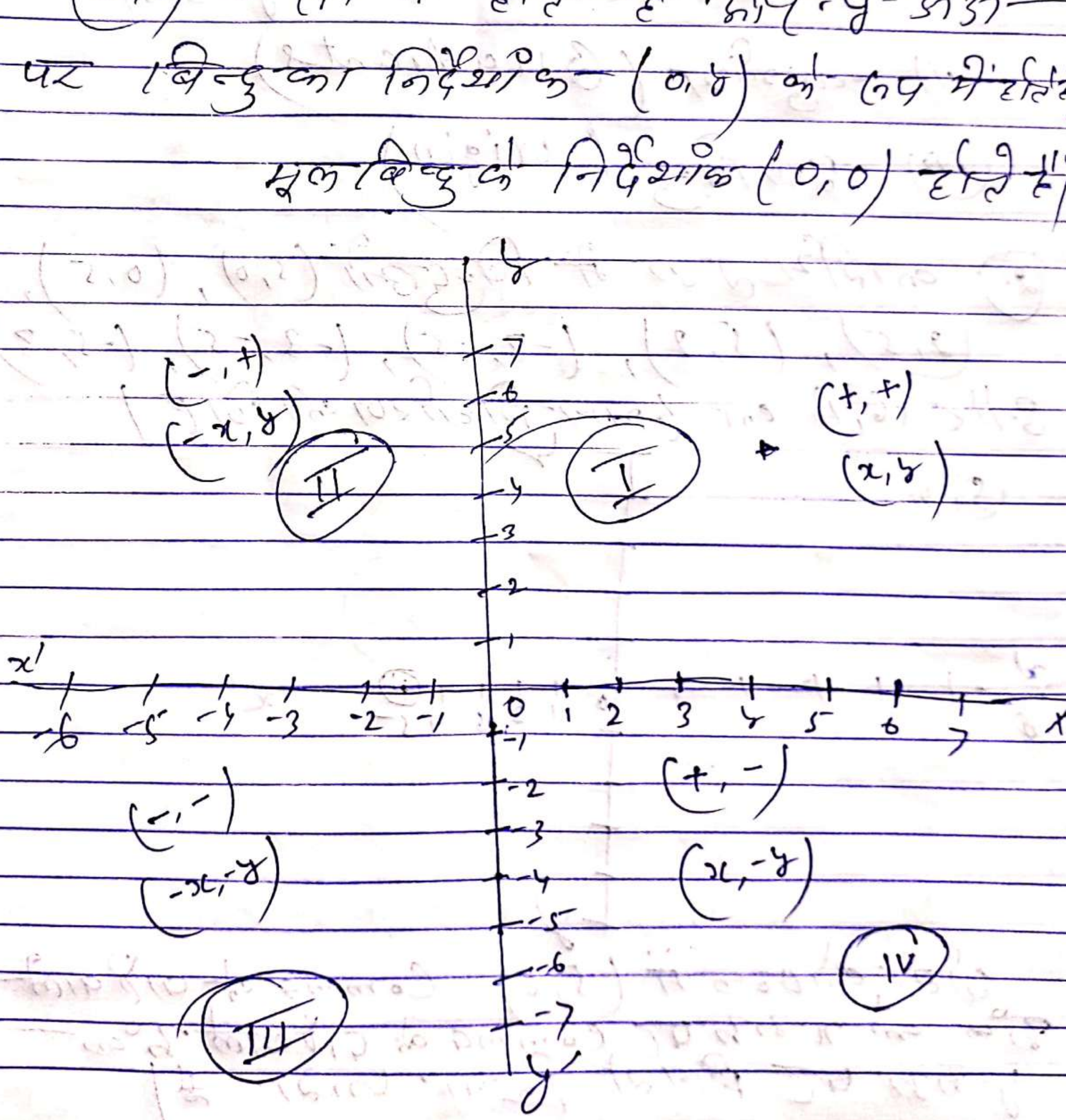
एक तल की एक बिन्दु की स्थिति का निर्धारण करने में प्रयुक्त पद्धति को कार्तीय पद्धति कहा जाता है।

जैसे → एक तल में एक वस्तु या एक बिन्दु का स्थान निर्धारण करने के लिए दो लौकिक रेखाओं की आवश्यकता होती है। जिसमें एक क्षैतिज होती है और दूसरी उर्ध्वाधर होती है। तल को कार्तीय या निर्देशांक तल कहा जाता है और रेखाओं को निर्देशांक अक्ष कहा जाता है। क्षैतिज अक्ष रेखा को x-अक्ष और उर्ध्वाधर रेखा को y-अक्ष कहा जाता है। निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में बाँट देते हैं। जिन्हें चतुर्थांश कहा जाता है। अक्षों के प्रतिच्छेद बिन्दु को मूलबिन्दु कहा जाता है। मूलबिन्दु का निर्देशांक शून्य होता है। y-अक्ष से किसी बिन्दु की दूरी को उसका x-निर्देशांक या भुज कहा जाता है। x-अक्ष से बिन्दु की दूरी को y-निर्देशांक या कोटि कहा जाता है। यदि एक बिन्दु का भुज x हो और कोटि y हो तो उस बिन्दु का निर्देशांक (x, y) को रूप में लिखा

9

जाता है।

x-अक्ष पर एक बिन्दु का निर्देशांक (x, 0) के रूप में होते हैं और y-अक्ष पर बिन्दु का निर्देशांक (0, y) के रूप में होते हैं। मूल बिन्दु के निर्देशांक (0, 0) होते हैं।



प्रश्नावली 3.2

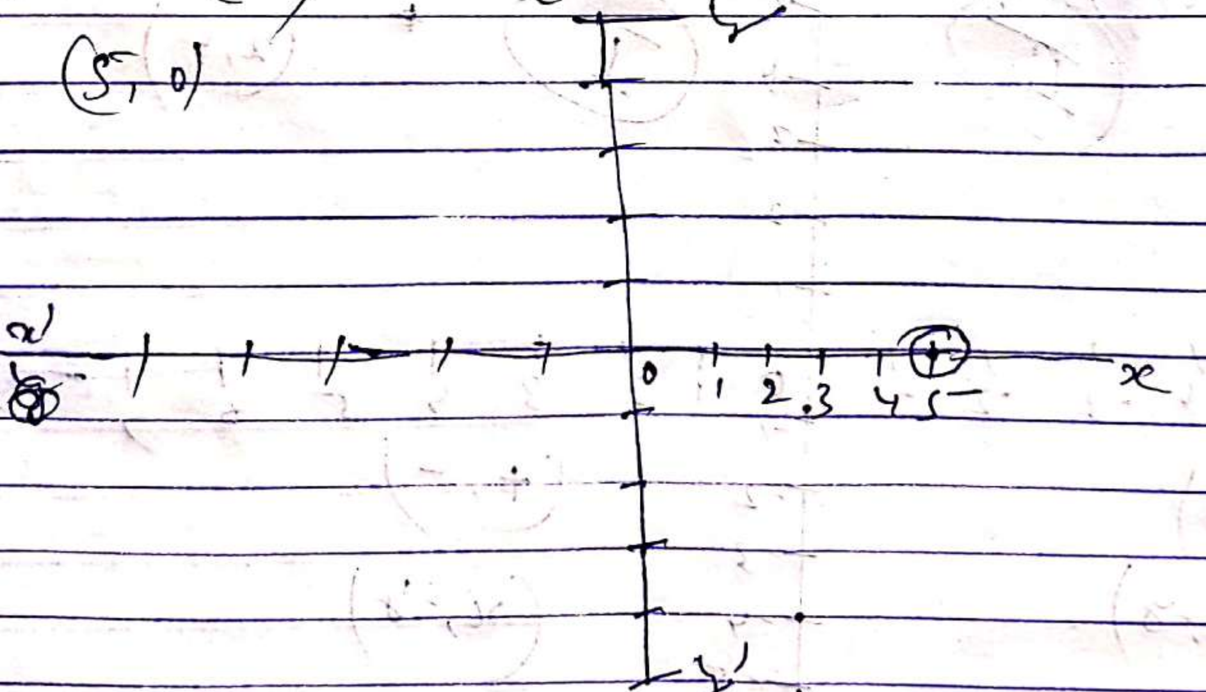
1 (i) क्षैतिज रेखा का नाम x अक्ष
उर्ध्वाधर रेखा का नाम y अक्ष

(ii) चतुर्थांश (Quadrants)

(iii) मूल बिन्दु (origin)

2. कार्तीय तल में बिन्दुओं (5,0), (0,5), (2,5), (5,2), (-3,5), (-3,-5), (-5,3) और (6,1) का स्थान निर्धारण कीजिए।

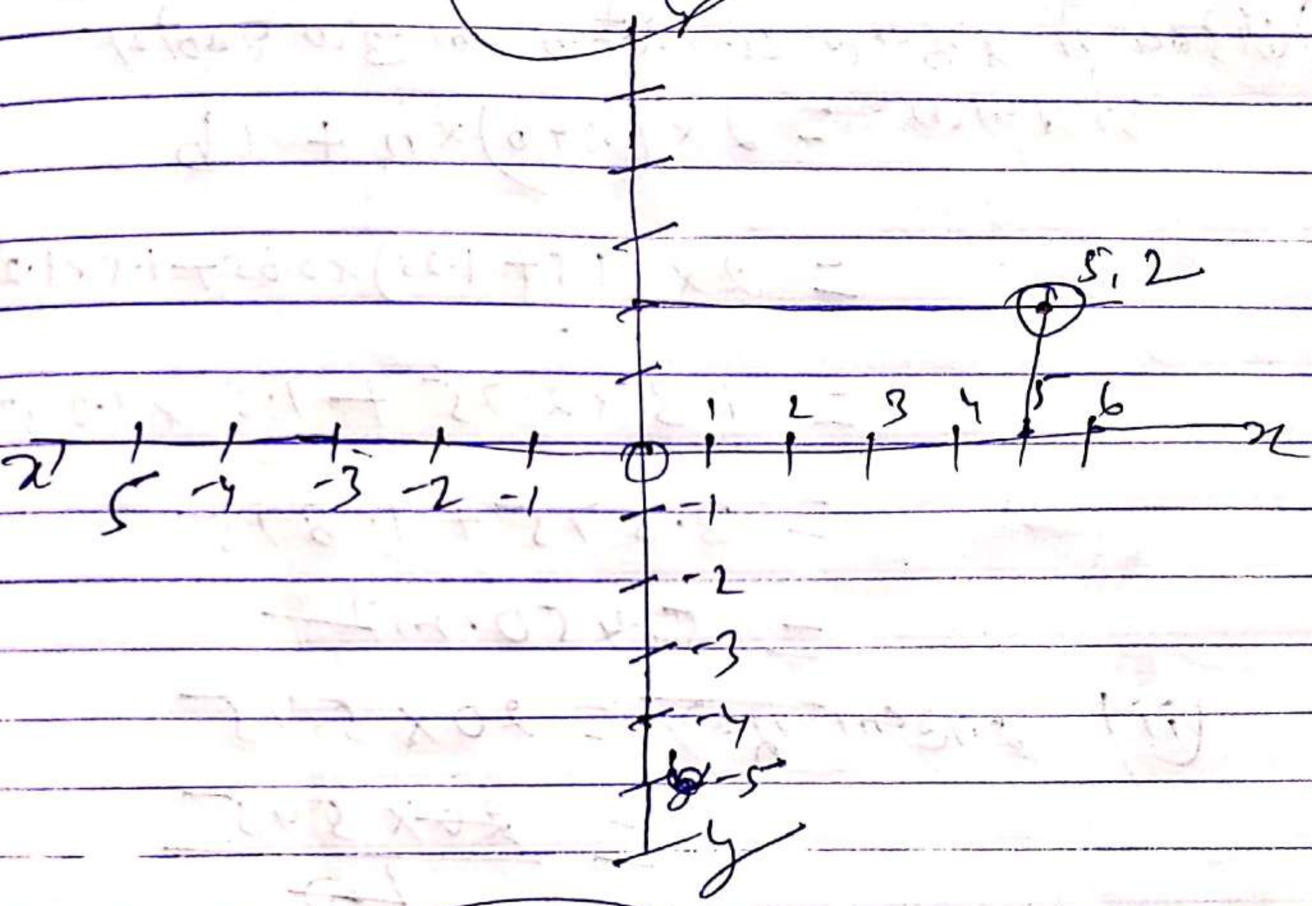
(5,0)



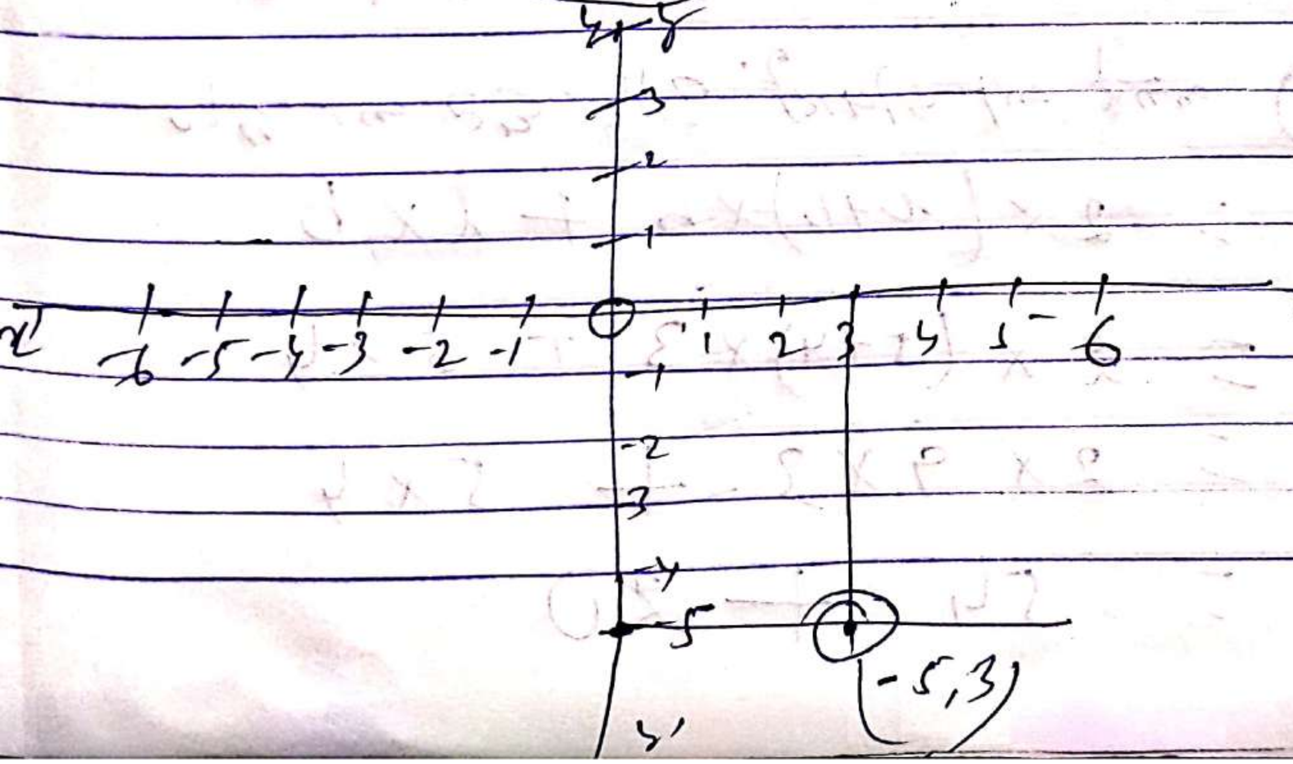
छोटा कोष्ठक में (5,0) comma के बाएँ वाले अंक को x-अक्ष पर comma के दाएँ वाले अंक को y-अक्ष पर गिनती किया जाता है।

(11)

क्रमयुग्म (5, 2)



क्रमयुग्म (-5, 3)



प्रश्नावली 13.1

(1) (i) डिब्बे में प्रयुक्त प्लास्टिक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times (l+b) \times h + lb$

$= 2 \times (1.5 + 1.25) \times 0.65 + 1.5 \times 1.25$

$= 1.3 \times 2.75 + 1.5 \times 1.25$

$= 3.575 + 1.875$

$= 5.450 \, m^2$

(ii) इसका मूल्य $= 20 \times 5.45$

$= \frac{\cancel{20} \times 545}{\cancel{100}_{5}}$

$= 109$ Rs

(2) कमरे की दीवारों और छत का क्षे०

$= 2 \times (l+b) \times h + l \times b$

$= 2 \times (5+4) \times 3 + 5 \times 4$

$= 2 \times 9 \times 3 + 5 \times 4$

$= 54 + 20$

$= 74 m^2$

सफेदी कराने का खर्च $= \frac{\cancel{74}^{37} \times \cancel{750}^{15}}{\cancel{100}_{2}}$

$= 555$ Rs

(2) कमरे की दीवारों का क्षे० $= \frac{1500\cancel{0}}{1\cancel{0}}$

$= 1500 m^2$

∴ प्रश्न से,

$1500 = 2(l+b) \times h$

$\Rightarrow 1500 = 250 \times h$

$\Rightarrow h = \frac{150\cancel{0}}{25\cancel{0}}$

$\therefore h = 6m$ Ans

(6) ~~ईंट का पृष्ठीय~~ एक ईंट का पृष्ठीय क्षे0

$$= 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(22.5 \times 10 + 10 \times 7.5 + 7.5 \times 22.5)$$

$$= 2(225 + 75 + 168.75)$$

$$= 2 \times 468.75$$

$$= 937.50\ cm^2$$

$$= \frac{937.50}{10000} = 0.09375\ m^2$$

पेंट की जानेवाली ईंटों की संख्या

$$= \frac{9.375}{0.09375}$$

= 100 ईंटें

15

Ex - 13.1

5. (ii) घनाकार डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्र = $6 \times \text{भुजा}^2$

$= 6 \times 10^2 = 600 \text{ cm}^2$

घनाभाकार डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्र =

$= 2(lb + bh + lh)$

$= 2(12.5 \times 10 + 10 \times 8 + 12.5 \times 8)$

$= 2(125 + 80 + 100)$

$= 2 \times 305$

$= 610 \text{ cm}^2$

घनाकार डिब्बे का पृष्ठीय क्षे० कम है।

कमी $= 610 - 600 = 10 \text{ cm}^2$

(i) घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षे० $= 4a^2$

$= 4 \times 10^2 = 400 \text{ cm}^2$

घनाकार डिब्बे का पृष्ठीय क्षे०

$= 2 \times (l + b) \times h$

$= 2 \times (12.5 + 10) \times 8$

$= 2 \times (22.5) \times 8$

$= 16 \times 22.5$

$= \dfrac{\cancel{16}^{8} \times \cancel{225}^{45}}{\cancel{10}_{2}}$

$= 8 \times 45$

$= \cancel{3600\,cm^2}$

$= 360\,cm^2$

घनाकार डिब्बे का पार्श्वपृष्ठीय क्षे० अधिक है।

अधिक $= 400 - 360$

$= 40\,cm^2$

(6) (i) शीशे की पट्टियों का क्षे० = $2(lb + bh + lh)$

$= 2(30 \times 25 + 25 \times 25 + 25 \times 30)$

$= 2(750 + 625 + 750)$

$= 2 \times 2125 = 4250 \text{ cm}^2$ Ans

(ii) 12 किनारों के लिए आवश्यक टेपों की कुल लम्बाई $= 4 \times$ (लम्बाई + चौ० + ऊँचाई)

$= 4 \times (30 + 25 + 25)$

$= 4 \times 80 = 320 \text{ cm}$ Ans

(7.) बड़े डिब्बे का पृष्ठीय क्षे० = $2(lb + bh + lh)$

$= 2 \times (25 \times 20 + 25 \times 5 + 20 \times 5)$

$= 2 \times (500 + 125 + 100)$

$= 2 \times 725 = 1450 \text{ cm}^2$

छोटे डिब्बे का पृष्ठीय क्षे० = $2(lb + bh + lh)$

$= 2 \times (15 \times 12 + 15 \times 5 + 12 \times 5)$

18

$= 2 \times (180 + 75 + 60)$

$= 2 \times 315 = 630\ cm^2$

∴ दोनों प्रकार के एक-एक डिब्बों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का योग $= (1450 + 630) = 2080\ cm^2$

∴ ओवरलैप के साथ, दोनों प्रकार के डिब्बे से एक-एक डिब्बा लेकर इसके कार्ड बोर्ड का क्षे० $= 2080 + 2080$ का 5%

$= 2080 + \cancel{2080}^{104} \times \frac{5}{\cancel{100}_{2}}$

$= 2080 + 104 = 2184\ cm^2$

~~∴ लागत = 2184 × 4/100~~

∴ कार्ड बोर्ड का लागत $= \frac{4}{1000} \times 2184 \times \cancel{250}$
$\cancel{250}$

$= 2184\ Rs$

(8) आवश्यक तिरपाल का क्षे० =

$$2 \times (l+b) \times h + lb$$

$$= 2 \times (4+3) \times 2.5 + 4 \times 3$$

$$= 2 \times 7 \times 2.5 + 4 \times 3$$

$$= \frac{2 \times 7 \times 25}{10} + 12$$

$$= 35 + 12$$

$$= 47 \text{ cm}^2$$

5H प्रश्नावली के लिए आवश्यक सूत्र →

(i) घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षे० = $4 \times$ भुजा^{2}

(ii) घन का परिमाप = $12 \times$ भुजा

(iii) घन का पृष्ठीय क्षे० = $6 \times$ भुजा^{2}

(iv) घन का विकर्ण = $\sqrt{3} \times$ भुजा

(v) घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षे० = $2 \times (l+b) \times$ ऊँचाई

(vi) घनाभ का पृष्ठीय क्षे० = $2 \times (lb + bh + lh)$

(vii) घनाभ का परिमाप = $4 \times (l + b + h)$

(viii) घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

प्रश्नावली 13.2

(1) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे० $= 2\pi rh$

(2) बेलन का कुल वक्र पृष्ठीय क्षे० $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h+r)$

(3) वलय या छल्ले का क्षे० $= \pi(R^2 - r^2)$

जहाँ R = बाहरी त्रिज्या।

r = आन्तरिक त्रिज्या।

(1) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे० $= 2\pi rh$

$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14$

$\Rightarrow 88 = 88r$

$\Rightarrow r = \frac{88}{88}$

$\therefore r = 1$ cm

$d = 2r = 2 \times 1 = 2$ cm

(2) $r = \frac{140}{2} = 70$ cm

बेलन का कुल पृष्ठीय क्षे० $= 2\pi r(h+r)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times\frac{70}{100}\left(1+\frac{70}{100}\right)$

$= \frac{44}{10}\times\left(\frac{100+70}{100}\right)$

$= \frac{44}{10}\times\frac{170}{100}$

$= \frac{7480}{1000}$

$= 7.48\ m^2$ Ans

(3) $r = \frac{4}{2} = 2$ cm

$R = \frac{4.4}{2} = 2.2$ cm

(i) पाइप का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षे० =

$2\pi rh$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 2\times \cancel{77}^{11}$

$= 2\times 22\times 2\times 11$

$= 968\ cm^2$

$88 \times 11 = 88,\ 88 \rightarrow 968$

(ii) पाइप का बाह्य वक्रपृष्ठीय क्षे० =

$$2\pi Rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.2 \times 77$$

$$= 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{22}{10} \times \cancel{77}^{11}$$

$$= \frac{10648}{10}$$

$$= 1064.8 \text{ Cm}^2$$

पाइप के दोनों किनारों के वलय (Ring) का क्षे० –

$$2\pi(R^2 - r^2)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7}(R+r)(R-r)$$

$$= \frac{44}{7}(2.2+2)(2.2-2)$$

$$= \frac{44}{7} \times 4.2 \times 0.2$$

$$= \frac{44}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{42}^{6}}{10} \times \frac{2}{10}$$

$$= \frac{528}{100}$$

$$= 5.28 \text{ Cm}^2$$

23

(iii) अतः पात्र का कुल पृष्ठीय क्षे० =

$= 968 + 1064.8 + 5.28$

$= 2038.08\ cm^2$

(4) $h = \frac{120}{100} = 1.20m$

$r = \frac{84}{2} = \frac{42}{100} = 0.42m$

रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षे० $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \overset{0.06}{\cancel{0.42}} \times 1.20$

$= 44 \times 0.06 \times 1.20$

$= 3.168\ m^2$

रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षे० = 1 चक्कर

1 चक्कर $= 3.168\ m^2$

$\therefore$ 500 चक्कर $= 3.168 \times 500$

$= \frac{3168 \times 5\cancel{00}}{\underset{2}{\cancel{10}}\cancel{00}}$

$= \frac{3168}{2} = 1584\ m^2$

5. $r = \frac{\cancel{5.05}}{2\times\frac{\cancel{4.40}}{4}} = \frac{1}{4}$ m

$h = 3.5$ m

∴ बेलनाकार स्तंभ का वक्रपृष्ठीय क्षे० = $2\pi r h$

$= 2\times\frac{22}{7}\times\frac{1}{4}\times\frac{35}{10}$

$= 5.5\ m^2$

पेंट कराने का खर्च $= \frac{55}{10}\times\frac{1250}{100}$

$= 68.75$ RS

6. बेलन का वक्रपृष्ठीय क्षे० $= 2\pi r h$

$4.4 = 2\times\frac{22}{7}\times 0.7\times h$

$\Rightarrow \frac{44}{\cancel{10}} = \frac{44}{\cancel{7}}\times\frac{\cancel{7}}{\cancel{10}}\times h$

$\therefore h = 1$ m. Ans

(7.) $r = \frac{3.5}{2} = \frac{\cancel{35}^{7}}{2 \times \cancel{10}_{2}} = \frac{7}{4} m$

$h = 10 m$

कुएँ आन्तरिक वक्रपृष्ठीय क्षे० $= 2\pi r h$

$= \cancel{2} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{4}_{2}} \times \cancel{10}^{5}$

$= 110 m^2$

खर्च $= 110 \times 40 = 4400 Rs$

(8.) $h = 28 m$

$r = \frac{5}{2} = \frac{2.5}{100} = \frac{25}{100 \times 10} = \frac{25}{1000}$

बेलनाकार पाइप का पृष्ठीय क्षे०

$= 2\pi r h$

$= \cancel{2} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{25}}{\cancel{1000}_{\cancel{40}_{\cancel{10}_{5}}}} \times \cancel{28}^{4}$

$= \frac{22}{5} = 4.4 m^2$

(9) टंकी की त्रिज्या $= \frac{4.2}{2} = 2.1 = \frac{21}{10}$ m

टंकी ऊँचाई $= 4.5 = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$ m

टंकी का वक्रपृष्ठीय क्षे० $= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{9}{2}$

$= 59.4\ m^2$

बंद टंकी का कुल पृष्ठीय क्षे०

$= 2\pi r(h+r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10}\left(\frac{9}{2} + \frac{21}{10}\right)$

$= 44 \times \frac{3}{10}\left(\frac{45+21}{10}\right)$

$= 44 \times \frac{3}{10} \times \frac{66}{10}$

$= 87.12\ m^2$

माना कि टंकी बनाने में प्रयोग की गई इस्पात का क्षे० $= x\ m^2$

$\therefore$ नष्ट इस्पात का क्षे० $= \frac{x}{12}\ m^2$

$\therefore$ प्रयोग में लाए गए इस्पात का क्षे० $= \left(x - \frac{x}{12}\right)$

$= \left(\frac{12x - x}{12}\right) = \frac{11x}{12}\ m^2$

∴ प्रश्न से,

$$\frac{11x}{12} = 87.12$$

या, $11x = 12 \times 87.12$

या, $x = \frac{12 \times 87.12}{11}$

∴ $x = 95.04 \ m^2$ Ans

(10) लैंपशेड की त्रिज्या $= \frac{20}{2} = 10$ Cm

h = लैंपशेड की वास्तविक ऊँचाई + दोनों ओर छोड़े गए अतिरिक्त कपड़े की लम्बाई

$= (30 + 2 \times 2.5) = 35$ Cm

अतः लैंपशेड को ढँकने के लिए आवश्यक सजावटी कपड़े का पृष्ठीय क्षे०-

$= 2\pi r h$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times \cancel{35}^{5}$

$= 2200 \ Cm^2$

(11) बेलनाकार कलमदान के लिए आवश्यक गत्ते का क्षे० $= 2\pi rh + \pi r^2$

$= \pi r(2h + r)$

$= \frac{22}{7} \times 3 \times \left(\cancel{2} \times \frac{21}{\cancel{2}} + 3\right)$

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 24 \text{ cm}^2$

$\therefore$ 35 कलमदानों के लिए आवश्यक गत्ते का क्षे० $= \overset{5}{\cancel{35}} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times 3 \times 24$

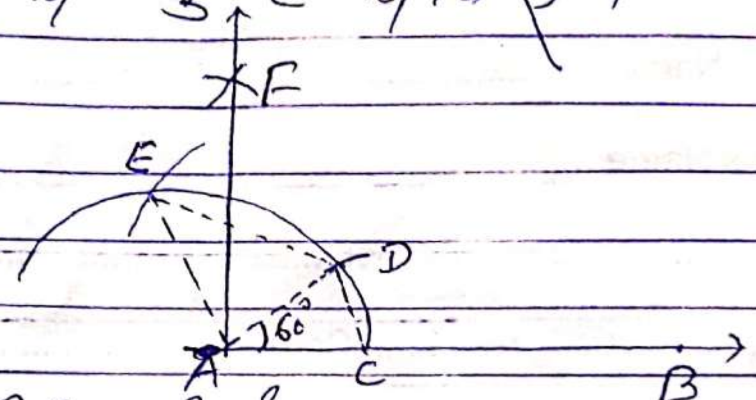
$= 7920 \text{ cm}^2$

उमाशंकर शर्मा

class ix math. (1)

प्रश्नावली 11.1

(1) एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिन्दु पर $90°$ के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।



एक किरण AB खींचिए इसके प्रारंभिक बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी भी त्रिज्या का एक चाप CDE खींचा जो AB को C पर काटता है। C को केन्द्र मानकर पहले खींची गई त्रिज्या के बराबर एक चाप खींचा, जो CDE को D पर काटता है। फिर D को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या का एक चाप खींचा जो CDE को E पर काटता है।

अब, D और E को केन्द्र मानकर DE के आधा से अधिक त्रिज्या का चाप खींचा, जो एक दूसरे को F पर काटते हैं। AF को मिलाया इस प्रकार $\angle FAB = 90°$ बना।

सत्यापन (प्रमाण): $\because AC = CD = AD$

$\therefore \triangle DAC$ एक समबाहु $\triangle$ है।

अतः $\angle CAD = 60°$

फिर $AD = DE = AE$

(2)

$\therefore$ $\triangle ADE$ भी एक समबाहु Δ है।

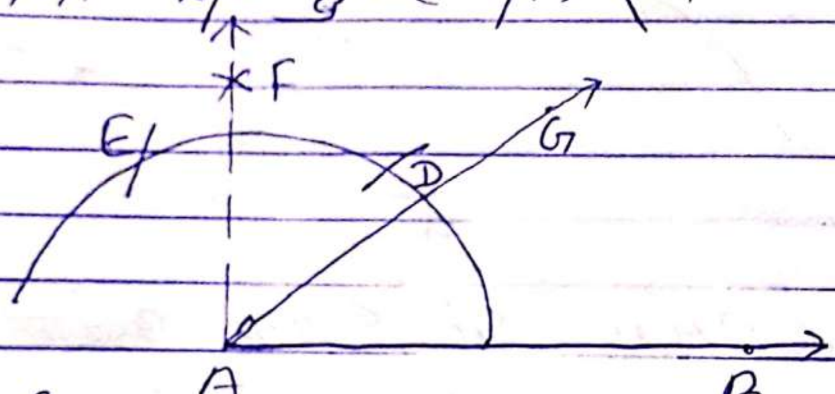
$\therefore$ $\angle EAD = 60^\circ$

AF, $\angle EAD$ को समद्विभाजित करता है

$\therefore$ $\angle FAD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore$ $\angle FAB = \angle FAD + \angle CAD = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

(2) एक दी हुई किरण के प्रारंभिक बिन्दु पर 45° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।



प्रश्न (1) के अनुसार $\angle FAB = 90^\circ$ बनाया।

$\angle FAB$ का समद्विभाजक AG खींचा।

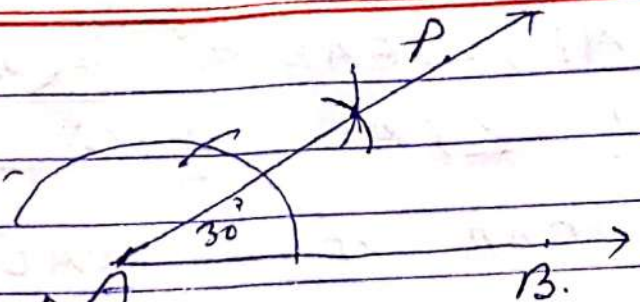
$\therefore$ $\angle GAB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

सत्यापन — $\angle FAB = 90^\circ$ और AG $\angle FAB$ का समद्विभाजक है।

$\therefore$ $\angle GAB = \frac{1}{2} \angle FAB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

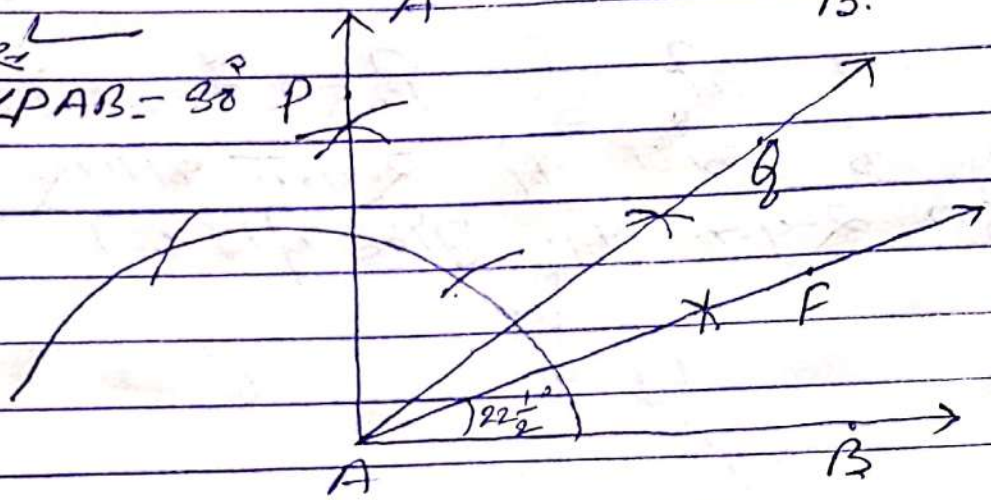
(3) निम्न मापों के कोणों की रचना कीजिए।
(i) 30°, (ii) $22\frac{1}{2}^\circ$ (iii) 15°

(i)



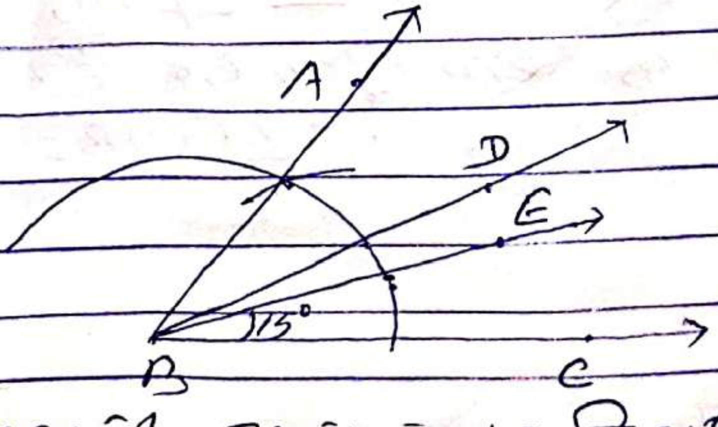
60° का कोण बनाकर अर्द्ध सम द्विभाजित किया जिससे $\angle PAB = 30^\circ$

(ii)



$\angle PAB = 90^\circ$ बनाया। इसे समद्विभाजित करके $\angle QAB = \frac{1}{2}\times 90^\circ = 45^\circ$ बनाया गया फिर $\angle QAB = 45^\circ$ का समद्विभाजन किया जिससे $\angle FAB = \frac{1}{2}\angle QAB = \frac{1}{2}\times 45^\circ = 22\frac{1}{2}^\circ$ प्राप्त हुआ।

(iii)



$\angle ABC = 60^\circ$ बनाया। इसका समद्विभाजन करके $\angle DBC = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$ बनाया।

(4)

फिर $\angle DBC = 30^\circ$ को समद्विभाजित किया

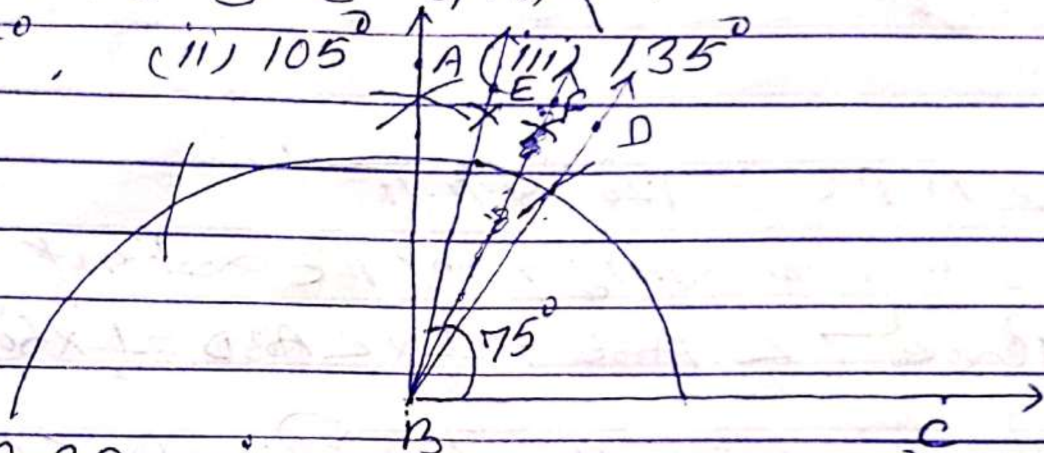
जिससे $\angle EBC = \frac{1}{2} \times \angle DBC = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

प्राप्त हुआ।

(4) निम्न कोणों की रचना करें और चाँदे द्वारा मापक पुष्टि कीजिए।

(i) 75°, (ii) 105°, (iii) 135°

(i)



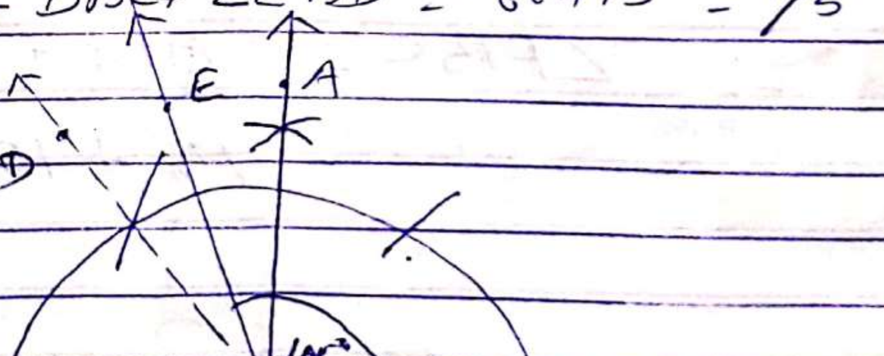
$\angle ABC = 90^\circ$ बनाया। $\angle ABD = 30^\circ$

$\angle ABD$ को समद्विभाजित कर BE खींचा

जिससे $\angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABD = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

$\angle EBC = \angle DBC + \angle EBD = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$

(ii)



$\angle ABC = 90^\circ$ बनाया।

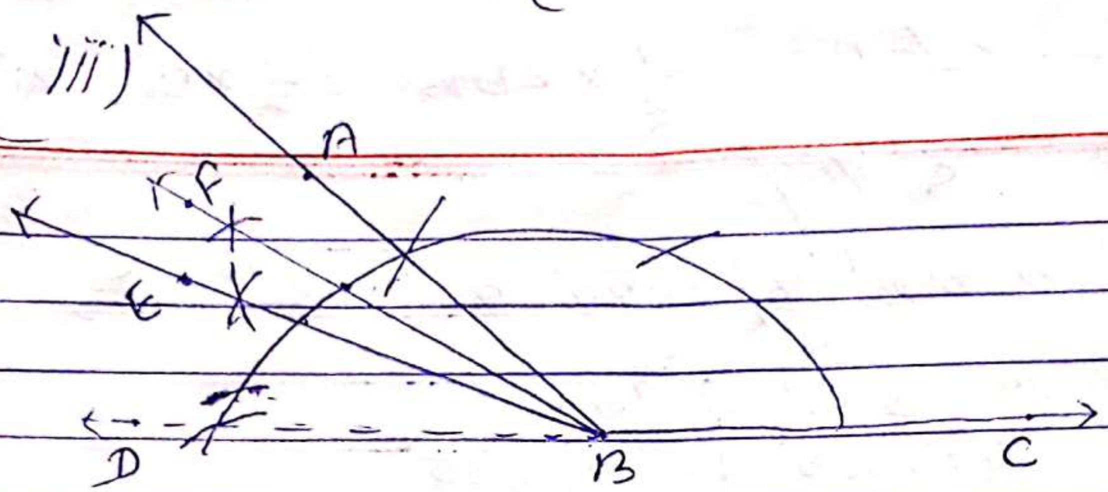
$\angle ABD = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\angle ABD$ को समद्विभाजित कर BE खींचा

$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \times \angle ABD = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

$\therefore \angle EBC = \angle ABE + \angle ABC = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$

(iii)



$\angle ABC = 120^\circ$ बनाया ।

$\angle ABD$ का समद्विभाजक BE खींचा।

जिससे $\angle ABE = \frac{1}{2} \times \angle ABD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

फिर $\angle ABE$ का सम द्विभाजक BF खींचा।

जिससे $\angle ABF = \frac{1}{2} \times \angle ABE$

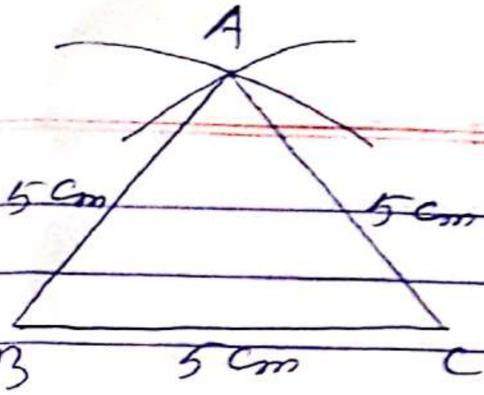
$= \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

$\therefore \angle FBC = \angle ABF + \angle ABC$

$= 15^\circ + 120^\circ = 135^\circ$

(5) एक सम बाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जब इसकी भुजा दी हुई हो तथा कारण सहित रचना कीजिए।

(6)



BC = 5 cm का एक रेखाखंड खींचा। B और C को केन्द्र मानकर 5 cm त्रिज्या का दो चाप काटा जो एक दूसरे को A पर काटते हैं। AB और AC को मिलाया। $\therefore$ ΔABC अभीष्ट समबाहु त्रिभुज हुआ।

सत्यापन - $AB = BC = AC = 5$ cm

$\therefore$ ΔABC एक समबाहु Δ है।

R.P. Singh.
9006690029

(1) Class ix math

अध्याय - 12

हीरोन का सूत्र

सुप्रसिद्ध गणितज्ञ हीरोन ने त्रिभुज की तीनों भुजाओं के पदों में उसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए एक सूत्र स्थापित किया जिसे हीरोन का सूत्र कहते हैं। जो निम्न है - त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

जहाँ a, b और c त्रिभुज की भुजाएँ हैं।

s = △ की अर्द्ध परिमिति $= \frac{a+b+c}{2}$

△ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ संगत शीर्षलंब

$= \frac{1}{2} \times b \times h$

प्रश्नावली 12.1

(1) $a = b = c = \frac{180}{3} = 60$ cm

$s = \frac{180}{2} = 90$ cm

संकेत बोर्ड का क्षे० $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{90(90-60)(90-60)(90-60)}$

$= \sqrt{90 \times 30 \times 30 \times 30}$

$= \sqrt{3 \times 30 \times 30 \times 30 \times 30} = 30 \times 30\sqrt{3}$

$= 900\sqrt{3}\ cm^2$

(2) $a = 122$ m, $b = 22$ m, $c = 120$ m

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{122+22+120}{2} = \frac{264}{2} = 132$ m

Scanned with CamScanner

(2)

दीवार का क्षे० $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)}$

$= \sqrt{132 \times 10 \times 110 \times 12}$

$= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 11 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 11 \times 2 \times 2 \times 3}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11 = 1320 m^2$

∵ 12 महीने में 1 m^2 का किराया 5000₹ है।

∴ 1 " 1 " " " $\frac{5000}{12}$ "

∴ 3 " 1320 " " " $\frac{5000}{\cancel{12}_{4}} \times \cancel{1320}^{330} \times \cancel{3}$

$= 1650000$ ₹

(3) $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+11+6}{2} = \frac{\cancel{32}^{16}}{\cancel{2}} = 16 m$

पेंट किए हुए भाग का क्षे० $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)}$

$= \sqrt{16 \times 1 \times 5 \times 10} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 5 \times 2 \times 5}$

$= 2 \times 2 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2} m^2$

(4) $a = 18 cm$, $b = 10 cm$ $c = 42-(18+10) = 42-28$

$= 14 cm$

$s = \frac{42}{2} = 21 cm$.

$\triangle$ का क्षे० $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21(21-18)(21-10)(21-14)}$

Scanned with CamScanner

$$= \sqrt{21 \times 3 \times 11 \times 7} = \sqrt{3 \times 7 \times 3 \times 11 \times 7} = 3 \times 7\sqrt{11}$$
$$= 21\sqrt{11}\ \text{cm}^2$$

(5) माना कि $a = 12x, b = 17x$ तथा $c = 25x$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$
$$\frac{540}{2} = \frac{12x+17x+25x}{2}$$
$$\Rightarrow 540 = \frac{54x \times \cancel{2}}{\cancel{2}}$$
$$\therefore x = \frac{540}{54} = 10\ \text{cm}$$

$\therefore a = 12x = 12 \times 10 = 120\text{cm}$, $b = 17x = 17 \times 10 = 170\text{cm}$

$c = 25x = 25 \times 10 = 250\text{cm}$ $s = \frac{540}{2} = 270\text{cm}$

$\therefore \Delta$ का क्षे० $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{270(270-120)(270-170)(270-250)}$$
$$= \sqrt{270 \times 150 \times 100 \times 20}$$
$$= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 10 \times 3 \times 5 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2 \times 10}$$
$$= 3 \times 3 \times 10 \times 10 \times \sqrt{5 \times 2 \times 2 \times 5}$$
$$= 3 \times 3 \times 10 \times 10 \times 2 \times 5 = 9000\ \text{cm}^2$$

(6) $a = b = 12\text{cm}$

$c = 30 - (a+b) = 30 - (12+12) = 30 - 24$
$= 6\text{cm}$

$$s = \frac{30}{2} = 15\text{cm}$$

$\therefore \Delta$ का क्षे० $= \sqrt{15(15-12)(15-12)(15-6)}$

$$= \sqrt{15 \times 3 \times 3 \times 9}$$

(4)

$$= \sqrt{3\times5\times3\times3\times3\times3} = 3\times3\times\sqrt{3\times5}$$
$$= 9\sqrt{15}\ cm^2$$

अध्याय 14

सांख्यिकी (statistics) - गणित की वह शाखा जिसमें आँकड़ों का संग्रह, उनका प्रस्तुतीकरण और उनसे निष्कर्ष निकालने का अध्ययन किया जाता है, सांख्यिकी कहलाता है।

आँकड़ा (Data) — एक निश्चित उद्देश्य से संग्रह किए गए तथ्यों या अंकों, जो संख्यात्मक या अन्य रूप में हो सकते हैं, आँकड़ा कहा जाता है।

प्रश्नावली 14.1

(1) उत्तर — (i) हमारी कक्षा में छात्रों की संख्या।
(ii) हमारे विद्यालय में विद्यार्थियों की संख्या।
(iii) हमारे घर में पंखों की संख्या।
(iv) टी०वी० और अखबार से प्राप्त मतदान परिणाम।
(v) शैक्षिक सर्वे से प्राप्त बिहार की साक्षरता दर।

(2) उत्तर — प्राथमिक आँकड़े — (i), (ii) और (iii)
गौण आँकड़े — (iv) और (v)

प्रश्नावली 14.2

(1)

रक्त-समूह	मिलान चिह्न	बारंबारता
A	~~||||~~ ||||	9
B	~~||||~~ |	6
O	~~||||~~ ~~||||~~ ||	12
AB	|||	3
योग		30

सबसे अधिक सामान्य रक्त समूह - O
विरलतम रक्त समूह - AB.

(2)

वर्ग-अन्तराल दूरी (km में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
0 - 5	卌	5
5 - 10	卌 卌 |	11
10 - 15	卌 卌 |	11
15 - 20	卌 ||||	9
20 - 25	|	1
25 - 30	|	1
30 - 35	||	2
योग =		40

अधिकांश इंजीनियरों का कार्यस्थल उनके आवास से 15 किमी से कम ही दूरी पर है।

(3)

वर्ग-अन्तराल (सापेक्ष आद्रता)	मिलान चिह्न	बारंबारता
84 - 86	|	1
86 - 88	|	1
88 - 90	||	2
90 - 92	||	2
92 - 94	卌 ||	7
94 - 96	卌 |	6
96 - 98	卌 ||	7
98 - 100	||||	4
योग		30

(ii) ये आंकड़े वर्षा ऋतु से संबंधित हैं।

(iii) परिसर = अधिकतम समंक − न्यूनतम समंक

99.2 − 84.9 = 14.3

(4)

वर्ग अन्तराल (cm में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
150 - 155	|||| |||| ||	12
155 - 160	|||| ||||	9
160 - 165	|||| |||| ||||	14
165 - 170	|||| ||||	10
170 - 175	||||	5
योग		50

50% से अधिक छात्र 165 cm से कम लम्बाई के हैं।

(5)

वर्ग अन्तराल (SO_2 की सान्द्रता)	मिलान चिह्न	बारंबारता
0.00 - 0.04	||||	4
0.04 - 0.08	|||| ||||	9
0.08 - 0.12	|||| ||||	9
0.12 - 0.16	||	2
0.16 - 0.20	||||	4
0.20 - 0.24	||	2
योग		

(ii) 8 दिन सल्फर डाई ऑक्साइड की सान्द्रता 0.11 ppm से अधिक रही।

(6)

चित की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
0	|||| |	6
1	|||| ||||	10
2	|||| ||||	9
3	||||	5
योग		30

(7)

अंक	मिलान चिह्न	बारंबारता
0	॥	2
1	𝍸	5
2	𝍸	5
3	𝍸 |||	8
4						4
5	𝍸	5
6						4
7						4
8	𝍸	5
9	𝍸 |||	8
योग		50

सबसे अधिक बार आने वाले अंक 3 और 9 हैं।

सबसे कम बार आने वाले अंक = 2

(8) घंटों की संख्या मिलान चिह्न बारंबारता

घंटों की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
0-5	𝍸 𝍸	10
5-10	𝍸 𝍸 |||	13
10-15	𝍸	5
15-20	॥	2
योग		30

(ii) ~~2 बच्चे~~ ~~... छुट्टियों में 15 या अधिक घंटे टीवी देखते हैं।~~

प्रश्नावली 14.2

(9)

बैटरी का जीवन काल (वर्षों में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
2.0 — 2.5	||	2
2.5 — 3.0	~~||||~~ |	6
3.0 — 3.5	~~||||~~ ~~||||~~ ||||	14
3.5 — 4.0	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
4.0 — 4.5	||||	4
4.5 — 5.0	|||	3
योग		40

प्रश्नावली A 1.1

(1) (i) सदैव असत्य - क्योंकि 1 वर्ष में 12 महीने होते हैं।

(ii) संदिग्ध क्योंकि किसी वर्ष में दीवाली शुक्रवार को पड़ सकती है और नहीं भी पड़ सकती है।

(iii) संदिग्ध - क्योंकि वर्ष में कभी-कभी मार्च में तापमान 26° हो सकता है।

(iv) सदैव सत्य क्योंकि पृथ्वी का एक ही उपग्रह चन्द्रमा है।

(v) सदैव असत्य क्योंकि कुत्ते के पंख नहीं होते हैं इसलिए वे उड़ नहीं सकते हैं।

(vi) संदिग्ध क्योंकि एक लीप वर्ष में फरवरी में 29 दिन होता है।

(2) (i) असत्य क्योंकि एक चतुर्भुज के अन्तः कोणों का योग 360° होता है।

(ii) सत्य क्योंकि किसी भी वास्तविक संख्या जैसे $x = -1$ के लिए $(-1)^2 = 1 > 0$

(iii) सत्य क्योंकि वह समान्तर चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं सम चतुर्भुज होता है।

(5)

(iv) सत्य क्योंकि दो सम संख्या का योग 2+4=6 सम होता है।

(v) असत्य क्योंकि दो विषम संख्या का योग 3+5 =8 समसंख्या होता है।

(3) (i) 2 से बड़ी सभी अभाज्य संख्याएं विषम होती हैं।

(ii) प्राकृत संख्या का दुगुना सदा एक समसंख्या होती है।

(iii) किसी भी $x>1$ के लिए, $3x+1>4$

(iv) किसी भी $x\geq 0$ के लिए, $x^3\geq 0$

(v) किसी समबाहु त्रिभुज में माध्यिका कोण समद्विभाजक भी होती है।

प्रश्नावली A 1.2

(1) (i) मानव मेरुदण्ड वाले होते हैं।

(ii) नहीं, दिनेश अपना कार्य किसी अन्य से भी करवा सकता है।

(iii) गुलक की लाल जीभ है।

(iv) गटर की सफाई तुरंत हो जानी चाहिए।

(v) यह आवश्यक नहीं कि पूँछ वाले सभी जानवर कुत्ते ही होते हैं। उदाहरण के लिए बैल, बन्दर जैसे जानवरों की पूँछ होती है परन्तु वे कुत्ते नहीं हैं।

(2)