Page 01

April - 2020 - 2021 Class X MATH.

MATH

Number System (संख्या पद्धति)

प्रमेय 1:- माना a एक धनात्मक पूर्णांक है और P एक अभाज्य संख्या है जो a^2 को विभाजित करती है, तब P, a को भी विभाजित करेगी।

प्रमाण:- a एक धनात्मक पूर्णांक है और अभाज्यसंख्या P, a^2 को विभाजित करती है। अतः a एक धनात्मक पूर्णांक है जो 1 से बड़ा है। अंकगणित की आधारभूत प्रमेय से a को अभाज्य गुणनखण्ड के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

माना कि $a = P_1, P_2, P_3 \cdots P_n$ जहाँ $P_1, P_2 \cdots$ अभाज्य हैं

तब $a^2 = P_1^2 P_2^2 \cdots P_n^2$

क्योंकि P, a^2 को विभाजित करता है।

$\therefore P, P_1^2 P_2^2 \cdots P_n^2$ को भी विभाजित करता है।

अंकगणित की आधारभूत प्रमेय के अनुसार भाज्य संख्या a^2 को अभाज्य संख्याओं के घातों का गुणनफल के रूप में अद्वितीय रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

$\therefore P, P_1^2, P_2^2, P_3^2 \cdots P_n^2$ को विभाजित करता है

$\therefore P, P_1, P_2 \cdots P_n$ में से एक है।

$\therefore P, P_1, P_2, P_3 \cdots P_n$ का एक गुणनखण्ड है।

$\therefore P$, a का एक गुणनखण्ड है।

$\therefore P$, a को विभाजित करता है।

इसी प्रकार $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7} \cdots$ को भी अभाज्य संख्या सिद्ध किया जा सकता है।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

सिद्ध करो कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

माना कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ जहाँ a और b एक सहअभाज्य है

$(\sqrt{3})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$

$3 = \frac{a^2}{b^2}$

$a^2 = 3b^2$ ...(1)

यहाँ 3 से $3b^2$ विभाजित है।

∴ 3 से a भी विभाजित है।

फिर माना $a = 3c$

$a^2 = 9c^2$ ...(ii)

(i) और (ii) से

$9c^2 = 3b^2$

$3c^2 = b^2$

फिर यहाँ 3 से 3^2 3 से विभाजित होता है।

∴ 3 से b भी विभाजित होगा।

लेकिन कहा है कि a और b एक सहअभाज्य संख्या है।

इसका 1 को छोड़कर कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है। ∴ $\frac{a}{b}$ का हो सकता है

1, 3 हुआ।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

~~एक ऐसे~~ अट परिमेय का विरोध करते हैं।
∴ √5 एक अपरिमेय संख्या है।

दूसरी प्रकार √2, √5, को मिलाकर भी
जा सकता है।

दूसरी प्रकार 2√5, 2+√5 भिन्न किसी तरह
से कि ये सभी अपरिमेय संख्याएँ हैं।

$$2\sqrt{5} = \frac{q}{3}$$

$$\sqrt{5} = \frac{q}{2\times 3}$$

$$\sqrt{5} \neq \frac{q}{2\times 3}$$

अपरिमेय ≠ परिमेय

दूसरी प्रकार $2+\sqrt{5} = \frac{q}{3}$

$$\sqrt{5} = \frac{q}{3} - 2$$

$$\sqrt{5} = \frac{q-2}{3}$$

अपरिमेय ≠ परिमेय

इसी प्रकार दो संख्याओं 1:3 को अपरिमेय
सिद्ध कर सकते हैं।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Ex - 1.4

(1) इस प्रश्न में हमें बताया है कि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल पुसार रहित है या असंगत करती है। इसके लिए हमें त्रिभुज का आधार और उसके संगत शीर्ष की दूरी ज्ञात करनी होती है। इसका क्षेत्रफल पुसार रहित होता है। अगर इनमें से कोई भी गुण नहीं होता है तो इसका क्षेत्रफल पुसार असंगत करती होगा। है। अब हम इस प्रश्न को हल करते हैं।

Mensuration (क्षेत्रमिति)

पृष्ठीय क्षेत्रफल (सम्मेलन)

इस Ex में दो त्रिविमीय आकृति को जोड़कर उसका विभिन्न भाग के क्षेत्रफल को ज्ञात किया जाता है। इसमें कई सूत्र आते हैं। लेकिन हमें ज्यादा निकालने पर उसमें विभिन्न भाग को ध्यान नहीं जाता है। इसी बात पर ज्यादा ध्यान है। इसलिए इसमें कोई भी सवाल को आसानी से हल कर सकते हैं। घन, वेलन, शंकु, गोलार्द्ध को ही जोड़ा जाता है। इन सभी का सूत्र हम कक्षा IX में पढ़ चुके हैं।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

April + May

Ex 13.1 page-05

(1) भुजा = 6.4

= 4

जब दो घनों को जोड़ा जाता है तो केवल इसका लम्बाई दो गुना हो जाता है शेष और कुछ नहीं बदलता है।

लम्बाई = 4+4 = 8 cm

चौड़ाई = 4 cm तथा ऊँचाई 4 cm

दिए गए घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb × bh × lh)

= 2 × (8×4 + 4×4 + 8×4)

= 2 × (32 + 16 + 32)

= 2 × 80 = 160 cm²

(2)

कुल लम्बाई = ऊँचाई = 13 cm

अर्धवृत्तों की त्रिज्या = 7 cm

बेलन की ऊँचाई = (13-7) = 6 cm

दिए गए बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2$

दिए गए आकृति में कि बेलन की त्रिज्या एक है और दोनों अर्धवृत्तों को एक ही पट्टे से ढका गया है।

$= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6+7)$

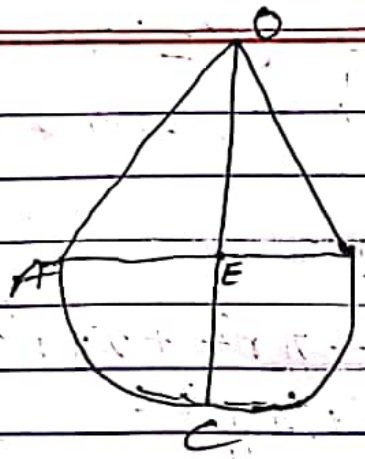
$= 44 \times 13 = 572 \text{ cm}^2$

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 06

(3) 

अर्द्धगोल की त्रिज्या $= \frac{7}{2} = 3.5$ cm

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई $= \sqrt{15^2 - 3.5^2}$

$= 12$ cm

सिद्ध : शंकु की तिर्यक ऊँचाई $= l$

$l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{(3.5)^2 + 12^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 12^2}$

$= \sqrt{\frac{49}{4} + 144}$

$= \sqrt{\frac{49 + 576}{4}}$

$= \sqrt{\frac{625}{4}} = \frac{25}{2}$ cm

सिद्ध : गोलार्द्ध का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $=$

$= 2\pi r^2 + \pi r l$

$= \pi r (2r + l)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \left(2 \times \frac{7}{2} + \frac{25}{2}\right)$

$= 11 \times \left(\frac{14 + 25}{2}\right)$

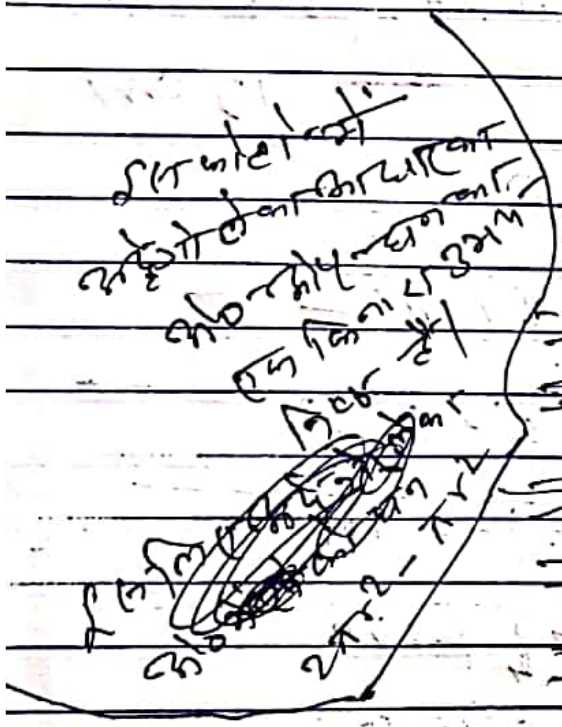
$= \frac{11 \times 39}{2} = 214.5$ cm^2

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(4) ~~अर्धगोले का अधिकतम व्यास = 7 cm~~
इस सवाल का फोटो उदाहरण 2 की तरह लगाएँ।
∴ ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल =



$6 \times \text{एक भुजा}^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2$
$6 \times \text{एक भुजा}^2 + \pi r^2$
$6 \times 7^2 + \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 7$
$= 6 \times 49 + \frac{77}{2}$
$= 294 + \frac{77}{2}$
$= \frac{588 + 77}{2}$
$= 332.5 \text{ cm}^2$

(5) माना कि इस का किनारा l है।
∴ अर्धगोले का त्रिज्या $= \frac{l}{2}$ { क्योंकि $l = d$
∴ शेष बचे ठोस का क्षेत्रफल $= 6l^2 - \pi\left(\frac{l}{2}\right)^2 + 2\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2$
$= 6l^2 - \frac{\pi l^2}{4} + \frac{2\pi l^2}{4}$
$= 6l^2 + \frac{\pi l^2}{4}$
$= \frac{24l^2 + \pi l^2}{4}$
$= \frac{1}{4} l^2 (\pi + 24)$ वर्ग इकाई

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 08

Ex - 13.1

(6) अर्द्ध गोले की त्रिज्या = $\frac{5}{2}$ mm

कैप्सूल की ऊँचाई = 14 - 5 = 9 mm

∴ कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2 + 2\pi r^2$

$= 2\pi rh + 4\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

$= \frac{2}{1} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2}\left(9 + 2 \times \frac{5}{2}\right)$

$= \frac{110}{7}(14)$

$= \frac{110 \times 14}{7}$

$= 220$ mm²

(7)

उपयुक्त कंटेनर का पृष्ठ

$= 2\pi rh + \pi r l$

$= \pi r(2h + l)$

$= \frac{22}{7} \times (2 \times 2.1 + 2.8)$

$= \frac{44}{7} \times (4.2 + 2.8)$

$= \frac{44}{7} \times 7 = 44 m^2$

मूल्य = 44 × 500 = 22000 RS

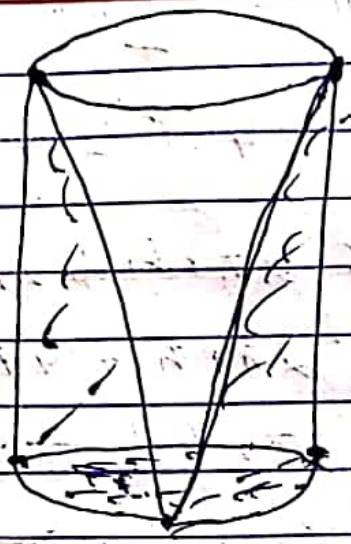
Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(8)

$r = \frac{1.4}{2} = 0.7$ Cm



$l^2 = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(2.4)^2 + (0.7)^2}$

$= \sqrt{5.76 + 0.49}$

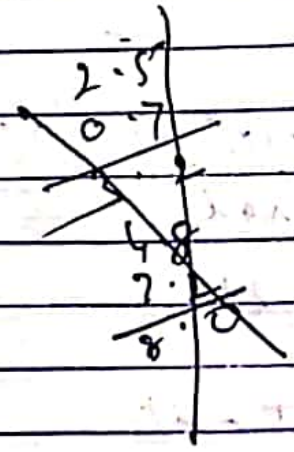
$= \sqrt{6.25}$

$= 2.5$ Cm

বাঁশি তাঁবুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল =

$2\pi rh + \pi r l + \pi r^2$

$= \pi r (2h + l + r)$



$= \frac{22}{7} \times 0.7 (2 \times 2.4 + 2.5 + 0.7)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} (4.8 + 3.2)$

$= \frac{11}{5} \times 8$

$= \frac{88}{5} = 17.6$ Cm^2

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 10

Ex 13.1

(9.) वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =

$= 2\pi rh + 4\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 (10 + 2 \times 3.5)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} (10 + 7)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times 17$

$= 22 \times 17 = 374 \text{ cm}^2$

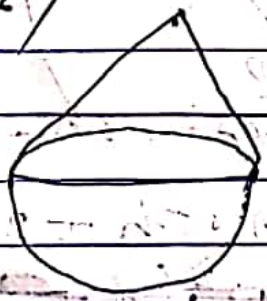
इस सवाल का फोटो प्रश्न में दिया हुआ है।

इन्टरमिडी की पुस्तक में केवल फोटो पर ध्यान रखें। इस सूत्र आप पिछली कक्षा में पढ़ चुके हैं।

Ex 13.2

दी गई आकृति का केवल आयतन (volume) निकालना है।

(1)



R = अर्द्धगोले की त्रिज्या

r = शंकु की त्रिज्या

h = शंकु की ऊँचाई

प्रश्न में, $R = r = h$ ...(1)

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

∴ ठोस का आयतन = $\frac{2}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

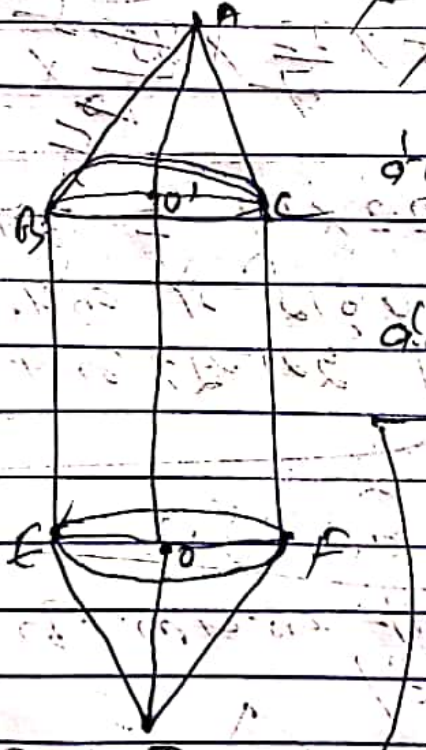
$= \frac{2}{3}\pi \times 1^3 + \frac{1}{3}\pi \times 1^2 \times 1$

$= \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$

$= \frac{2\pi + \pi}{3}$

$= \frac{3\pi}{3} = \pi \text{ cm}^3$

(2)



वृत्तीय भुजा की त्रिज्या = 12 − 2 × 2

$h = 8 \text{ cm}$

वृत्त की त्रिज्या = $2\text{ cm} = r$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई = h_1

∴ गोले में उत्तल पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^2 h_1$

$\pi r^2 h + 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $= \pi r^2 \left(8 + \frac{2}{3} \times 2\right)$

$\pi r^2 \left(h + \frac{2}{3}\right)$

$\pi r^2 h \left(1 + \frac{2}{3}\right)$

$\frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times$ $= \frac{22}{7} \times 9 \left(8 + \frac{2}{3}\right)$

$= \frac{33}{14} \times \frac{28}{3}$

66 cm^3

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 12

Ex 13.2

(3) एक गुलाब जामुन की त्रिज्या $= \frac{2.8}{2} = 1.4$ cm

∴ गुलाब जामुन की लम्बाई $= (5 - 2.8) = 2.2$ cm

∴ 1 गुलाब जामुन का आयतन

$= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r\right)$

$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \left(2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{10 \times 10} \times \left(2.2 + \frac{5.6}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{10 \times 10} \times \left(\frac{6.6 + 5.6}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{10 \times 10} \times \frac{12.2}{3}$

$= \frac{7515.2}{3000}$ cm^3

∴ 45 गुलाब जामुन का आयतन $= \frac{7515.2 \times 45}{3000}$ cm^3

∴ गुलाब जामुन में चीनी की चाशनी का आयतन $= \frac{7515.2 \times 30 \times 45}{100 \times 3000}$

$= 338.18$ cm^3

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(4) घनाभ कलमदान का आयतन = $l \times b \times h$

$= 15 \times 10 \times 3.5$

$= 15 \times 10 \times \frac{35}{10}$

$= 525\ cm^3$

4 शंक्वाकार गड्ढे का आयतन =

$= 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.5)^2 \times 1.4$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{5}{10}\right)^2 \times \frac{14}{10}$

$= \frac{4}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{5}$

$= \frac{22}{15} = 1.468\ cm^3$

∴ कलमदान का आयतन = $525 - 1.468$

$= 523.532\ cm^3$

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

5 शंकु में पानी का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 8$

$= 4400 \text{ Cm}^3$

दि. : बाहर निकले पानी का आयतन $= \frac{2}{3}$ शंकु में पानी का आयतन

$= \frac{4}{4} \times \frac{4400}{21}$

$= 1100 \text{ Cm}^3$

दि. : गोलियों की संख्या $= \frac{\text{बाहर निकले पानी का आयतन}}{1 \text{ गोली का आयतन}}$

$= \frac{1100}{\frac{21}{4} \times \frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5}$

$= \frac{1100}{11}$

$= 100$ Ans

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(6) $r = \frac{24}{2} = 12\ cm$

$r_1 = 8$

∴ स्तम्भ का आयतन =

$= \pi r^2 h + \pi r_1^2 h_1$

$= \pi (r^2 h + r_1^2 h_1)$

$= \frac{22}{7} (144 \times 220 + 64 \times 60)$

$= \frac{22}{7} \times (31680 + 3840)$

$= \frac{22}{7} \times 35520\ cm^3$

$1\ cm^3 = 8\ gm$

$\therefore \frac{22}{7} \times 35520 = \frac{22}{7} \times \frac{35520 \times 8^2}{1000}$

$= \frac{22 \times 7104}{175}$

$= \frac{156288}{175}$

$= 893.05\ kg$ Ans

Scanned with CamScanner

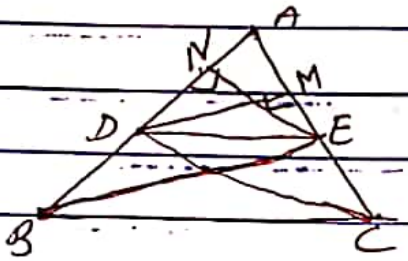
Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 16

थेल्स (प्रमेय)

प्रमेय (6.1) यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो अन्य दो भुजाओं एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।



दिया हुआ ABC एक Δ है जिसमें BC के समांतर एक रेखा DE खींचा जो AB और AC भुजा को D और E बिन्दुओं पर काटती है तो

सिद्ध करना है कि $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

रचना — बिन्दु D को E से AC और AB पर DM और EN लम्ब डाला।

प्रमाण → $\frac{ar(ADE)}{ar(DBE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times AD \times BD} = \frac{AD}{BD}$ — (i)

$\frac{ar(ADE)}{ar(ECD)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC}$ — (ii)

चित्र : ΔDBE और ΔECD एक ही आधार DE तथा BC || ED के बीच स्थित है।

$\therefore ar(DBE) = ar(ECD)$

∴ समीकरण (i) और (ii) से

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

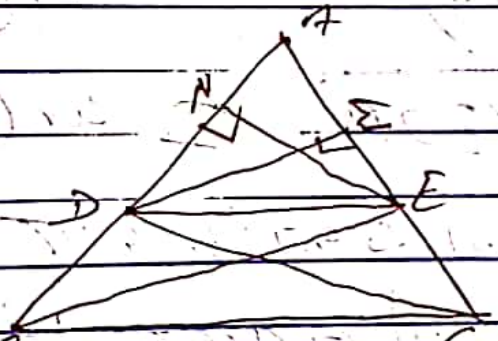
Scanned with CamScanner

$\frac{ar(ADE)}{ar(DBE)} = \frac{ar(ADE)}{ar(ECD)}$ — (iii)

∴ समीकरण (iii) से

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ proved

प्रमेय (6.2) यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।



दिया हुआ है ΔABC एक Δ है जिसमें रेखा DE, AB और AC को क्रमशः D और E बिन्दु पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती है $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

सिद्ध करना है कि

DE ∥ BC

रचना → D से DM ⊥ AC और E से EN ⊥ AB खींचा। फिर BE और CD को मिलाया।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 18

Proof:- $\frac{ar(AED)}{ar(EDB)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times BD \times EN} = \frac{AD}{BD}$

Similarly $\frac{ar(AED)}{ar(EDB)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC}$

परन्तु दिया है कि $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\therefore \frac{ar(AED)}{ar(EDB)} = \frac{ar(AED)}{ar(DEC)}$

$\therefore ar(EDB) = ar(DEC)$

~~इसी~~ इनको ∆ का आधार (या ही DE है
और इनके समान्तर है।

$DE \parallel BC$

Proved

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली 6.1

(1) रिक्त स्थान को भरें →

(i) सर्वांगसम (ii) समरूप (iii) समबाहु

(iv) बराबर और समानुपाती

(2) (i) ~~त्रिभुज, वृत्त~~ (ii) Δ और वृत्त

(i) ▱ और □ और आयत (iv) Δ और वर्ग

(v) दो मित्र त्रिज्या का वृत्त

(3) गलत

Ex — 6.2

इस प्रश्नावली का सभी प्रश्नों का उत्तर प्रमेय 6.1 और 6.2 पर आधारित है।

(1) (i) दिया है ⇒ DE ∥ BC

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$

$x = \frac{3 \times 1}{1.5}$

$= \frac{3 \times 1 \times 10}{15}$

$= 2\ cm$

(ii) दिया है ⇒ DE ∥ BC

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{x}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$x = \frac{7.2 \times 1.8}{5.4}$

$= \frac{72 \times 18 \times 10}{54 \times 100}$

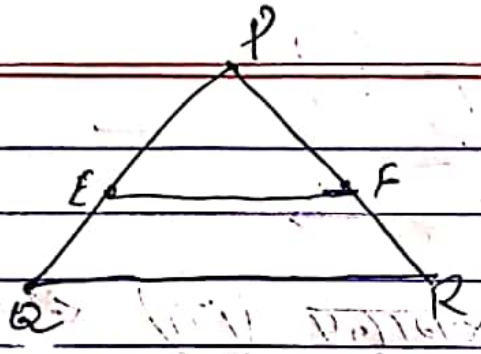
$= \frac{24}{10} = 2.4\ cm$

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 20

(2) 

(a) EF // QR

(2) आकृति 6.18 देखकर साधक्य को कहिये।

~~AM // BC~~

~~ΔARC में~~

ΔABC में $ML \parallel BC$

$$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{AL}{LC} \quad \text{---(i)}$$

पुनः ΔACD में

$LN \parallel CD$

$$\frac{AN}{ND} = \frac{AL}{LC} \quad \text{---(ii)}$$

समी. (i) व (ii) से

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{ND} \quad \text{---(iii)}$$

~~इसी प्रश्न (1) में~~

$$\frac{AM}{MB} + 1 = \frac{AN}{ND} + 1$$

$$\frac{AM + MB}{MB} = \frac{AN + ND}{ND}$$

$$\frac{MB}{AM} = \frac{ND}{AN} \quad \text{---(iii)}$$

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

~~प्रश्नावली (iii) में दिया हल। अभ्यास~~

$$\frac{MB}{AM} + 1 = \frac{ND}{AN} + 1$$

$$= \frac{MB + AM}{AM} = \frac{ND + AN}{AN}$$

$$= \frac{AB}{AM} = \frac{AD}{AN}$$

$$= \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$ proved

(64) इस प्रश्न का आकृति 6.19 दिये हुए अनुसार।

$\triangle ABC$ में, $DE \parallel AC$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC} \quad \text{(i)}$$

फिर $\triangle ABC$ में

$DF \parallel AE$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FE} \quad \text{(ii)}$$

प्रश्नावली 6.2 (i) और (ii) से

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$$ proved

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 121

5. इस प्रश्न का आकृति 6.20 देखें।

ΔPOQ में

$DE \parallel OQ$

$$\frac{PE}{QE} = \frac{PD}{OD} \quad \text{— (i)}$$

फिर ΔPOR में

$DF \parallel OR$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{PD}{OD} \quad \text{— (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{PE}{QE} = \frac{PF}{FR}$$

$\therefore EF \parallel QR$ proved

6. आकृति 6.21 को देखें।

ΔPOQ में $AB \parallel PQ$

$$\therefore \frac{BQ}{BO} = \frac{PA}{AO} \quad \text{— (i)}$$

फिर ΔPOR में

$AC \parallel PR$

$$\frac{CR}{OC} = \frac{AP}{AO} \quad \text{— (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{BQ}{BO} = \frac{CR}{OC}$$

$\therefore BC \parallel QR$. proved

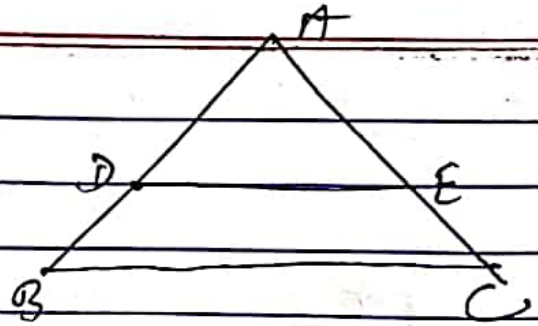
Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 23

7.



DE // BC

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

AD = BD

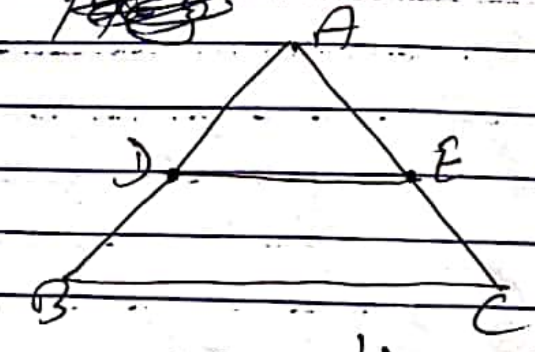
$\frac{AD}{AD} = \frac{AE}{EC}$

$1 = \frac{AE}{EC}$

AE = EC

∴ E मध्य बिंदु AC का है।

8.



△ ABC में

$\frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AD} = 1$

AD = BD

Scanned with CamScanner

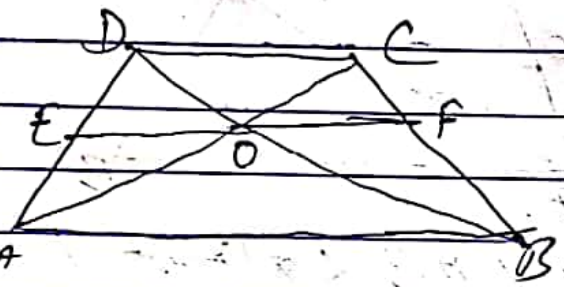
Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\therefore DE \parallel BC$ प्रमाणित

(9.)



दिया गया $EF \parallel AB$ जहां AD और BC को F बिन्दु पर मिलती है।

$AB \parallel CD$

$EF \parallel AB \parallel CD$

ΔABD में

$EO \parallel AB$

$\frac{DO}{OB} = \frac{DE}{AE}$ ... (i)

ΔACD में

$EO \parallel CD$

$\frac{CO}{AO} = \frac{DE}{AE}$ ... (ii)

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

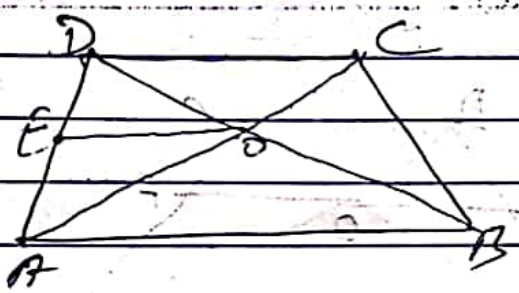
Page 25

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{OA}$$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{CO}{DO}$$ proved

10



हमारा: $EO \parallel AB$ खींचा।

$\because \triangle ABD$ में

$EO \parallel AB$

$$\frac{DE}{AE} = \frac{DO}{OB} \quad -(i)$$

लेकिन हमारा $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

$$\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO} \quad -(ii)$$

समीकरण (i) और (ii)

$$\frac{DE}{AE} = \frac{CO}{AO}$$

$\therefore EO \parallel DC$

लेकिन हमारा $EO \parallel AB$

$\therefore AB \parallel CD$

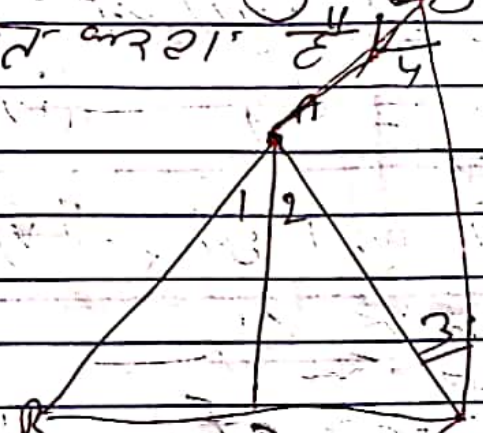
$\therefore$ ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है। proved

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

1. सिद्ध करें कि Δ के किसी कोण का आन्तरिक समद्विभाजक उस कोण को बनाने वाली भुजाओं के अनुपात में सम्मुख भुजा को आन्तरिकतः विभाजित करता है।



दिया है ABC एक Δ है जिसमें AD रेखा ∠BAC का समद्विभाजक है जो BC से D बिन्दु पर मिलती है।

सिद्ध करना है कि

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

रचना → C बिन्दु से DA के समांतर एक रेखा खींचा जो BA को आगे की ओर बढ़ाने पर E बिन्दु पर मिलती है।

प्रमाण → DA रेखा ∠BAC का समद्विभाजक है

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ — (i)

अब रचना से DA ∥ CE तथा इन्हें एक तिर्यक रेखा AC काटती है।

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ — (ii)

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

~~किं DA ∥ CE एवं BE एक तिर्यक रेखा है।~~

$\angle 1 = \angle 4$ (संगत कोण)

समीकरण (i) और (iii) से

$\angle 2 = \angle 4$ — (iv)

किं समीकरण (ii) और (iv) से

$\angle 3 = \angle 4$

$\therefore AC = CE$ — (v)

अब $\triangle ABC$ में $DA \parallel CE$

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

Proved

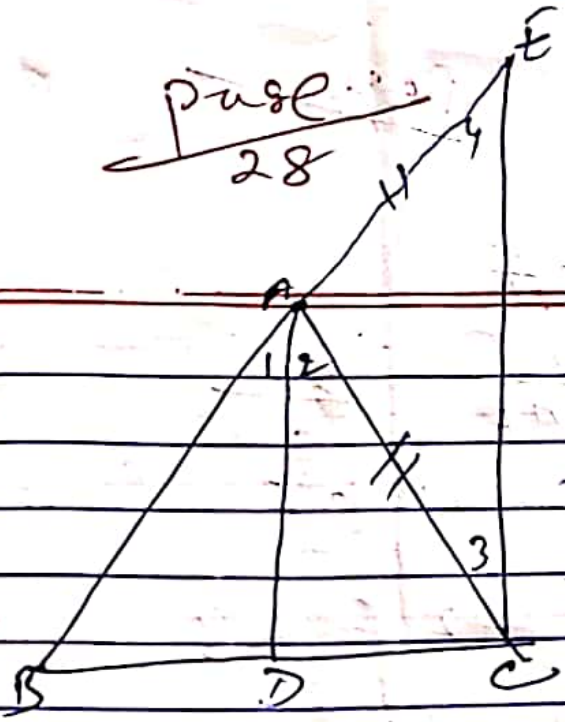
(2) किसी $\triangle ABC$ में BC पुजा पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ सिद्ध करो कि AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Page 28



दिया है $\triangle ABC$ में BC भुजा पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

सिद्ध करना- है कि AD रेखा $\angle BAC$ का समद्विभाजक है।

$\angle 1 = \angle 2$

रचना → BA को किसी बिन्दु E तक इस प्रकार बढ़ाया कि AE = AC तथा अंत में CE को मिलाया।

प्रमाण $\triangle AEC$ में,

$AE = AC$

$\angle 3 = \angle 4$ — (1)

फिर दिया है $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

$\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD}$ (रचना से $AE = AC$)

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

अब $\triangle ABE$ में

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD}$$

$\therefore AD \parallel CE$ (थेल्स प्रमेय के विलोम से)

$$\angle 2 = \angle 3 \quad \text{---(ii)}$$

फिर $\because AD \parallel EC$ एवं BE एक तिर्यक रेखा है

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ (संगत कोण)

फिर समीकरण (i) और (iii) से

$$\angle 1 = \angle 3 \quad \text{---(iv)}$$

फिर समीकरण (ii) और (iv) से

$$\angle 1 = \angle 2$$

---proved

यह दर्शाने का परीक्षा के लिए important है।

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली - 7.1

(i) (2,3) , (4,1)

दूरी $= \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ मात्रक

(ii) (-5,7) , (-1,3)

दूरी $= \sqrt{\{-5-(-1)\}^2 + (7-3)^2}$

$= \sqrt{16+16}$

$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ मात्रक

(iii) (a,b) (-a,-b)

दूरी $= \sqrt{\{a-(-b)\}^2 + \{b-(-b)\}^2}$

$= \sqrt{4a^2 + 4b^2}$

$= \sqrt{4(a^2+b^2)}$

$= 2\sqrt{a^2+b^2}$ मात्रक

2)

दूरी $= \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(36)^2 + (15)^2}$

$= \sqrt{1296+225}$

$= \sqrt{1521}$

$= 39$

3) माना A (1,5) , B (2,3) तथा C (-2, -11)

$AB = \sqrt{(1-2)^2 + (5-3)^2}$

$= \sqrt{1+4}$

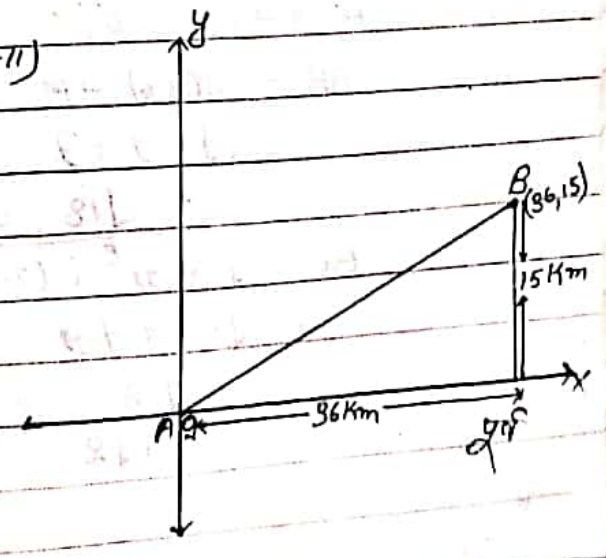
$= \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{\{2-(-2)\}^2 + \{3-(-11)\}^2}$

$= \sqrt{16+196}$

$= \sqrt{212}$

$= 2\sqrt{53}$



Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$AC = \sqrt{\{1-(-2)\}^2 + \{5-(-1)\}^2}$

$= \sqrt{9+256}$

$= \sqrt{265}$

$\because AB + BC \neq AC$

$\therefore$ 2 बिन्दुएँ समरेखी नहीं हैं।

4. $A(5,-2) \quad B(6,4) \quad C(7,-2)$

$AB = \sqrt{(5-6)^2 + (-2-4)^2}$

$= \sqrt{1+36}$

$= \sqrt{37}$

$BC = \sqrt{(6-7)^2 + (4+2)^2}$

$= \sqrt{1+36}$

$= \sqrt{37}$

$AC = \sqrt{(5-7)^2 + \{-2-(-2)\}^2}$

$= \sqrt{4+0}$

$= 2$

अतः यह एक समद्विबाहु Δ है।

5. $A(3,4) \quad B(6,7) \quad C(9,4) \quad D(6,1)$

$AB = \sqrt{(3-6)^2 + (4-7)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(6-9)^2 + (7-4)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18}$

$= 3\sqrt{2}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$CD = \sqrt{(9-6)^2 + (4-1)}$

$= \sqrt{89+9}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$AD = \sqrt{(3-6)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{(3-9)^2 + (4-4)^2}$

$= \sqrt{36+0}$

$= 6$

$BD = \sqrt{(6-6)^2 + (7-1)^2}$

$= \sqrt{0+36}$

$= 6$

$\because AB = BC = CD = AD = 3\sqrt{2}$

तथा $AC = BD = 6$

अतः ABCD एक वर्ग है।

6. (i) माना $A(-1,-2)$, $B(1,0)$, $C(-1,2)$ तथा $D(-3,0)$ है।

$AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-0)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$CD = \sqrt{(-1+3)^2 + (2-0)^2}$

$= \sqrt{4+4}$

$= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$AD = \sqrt{(-1+3)^2 + (2-0)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{(-1+1)^2 + (-2-2)^2}$

$= \sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$

$BD = \sqrt{(1+3)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{16+0}$

$= 4$

$\because AB = BC = CD = AD = 2\sqrt{2}$

तथा $AC = BD = 4$

अतः यह एक वर्ग है

(ii)

माना $A(-3,5)$, $B(3,1)$, $C(0,3)$, $D(-1,-4)$

$AB = \sqrt{(-3-3)^2 + (5-1)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (1-3)^2}$

$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$CD = \sqrt{(0+1)^2 + (3+4)^2}$

$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$

$AD = \sqrt{(-3+1)^2 + (5+4)^2}$

$= \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$

$AC = \sqrt{(3-0)^2 + (5+3)^2}$

अतः ABCD एक चतुर्भुज है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(iii) माना A(4, 5) B(7, 6) C(4, 3) . D(1, 2) हैं।

$AB = \sqrt{(4-7)^2 + (5-6)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(7-4)^2 + (6-3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$CD = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$AD = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (5-3)^2}$

$= \sqrt{0+4}$

$= 2$

$BD = \sqrt{(7-1)^2 + (6-2)^2}$

$= \sqrt{36+16}$

$= \sqrt{52}$

$\because AB = AC = \sqrt{10}$

$BC = AD = \sqrt{18}$ तथा $AC \neq BD$

$\therefore$ ABCD एक समांतर है।

(iv) माना x-अक्ष पर P(x, 0) एक बिन्दु है जो A(2, -3) और B(-2, 9)

$\because AP = BP$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$AP^2 = BP^2$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow (x-2)^2 + (0+5)^2 = (x+2)^2 + (0-9)^2$

$\Rightarrow x^2 + 4 - 4x + 25 = x^2 + 4 + 4x + 81$

$\Rightarrow 25 - 81 = 4x + 4x$

$\Rightarrow -56 = 8x$

$\therefore x = -7$

$P(x, 0) = (-7, 0)$

8. $P(2, -3)$ $Q(10, y)$

$PQ = \sqrt{(2-10)^2 + (-3-y)^2}$

$\Rightarrow 10 = \sqrt{64 + (3+y)^2}$

$\Rightarrow 100 = 64 + (3+y)^2$

$\Rightarrow 100 = 64 + (3+y)^2$

$\Rightarrow 36 = (3+y)^2$

$\Rightarrow 6 = (3+y)$

$\therefore y = 3$

9. $Q(0,1)$, $P(5,-3)$, $R(x, 6)$

$\because QP = QR$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$QP^2 = QR^2$

$\Rightarrow \{\sqrt{(0-5)^2 + (1+3)^2}\}^2 = \{\sqrt{(0-x)^2 + (1-6)^2}\}^2$

$\Rightarrow 25 + 16 = x^2 + 25$

$\therefore x = \sqrt{16}$

$= \pm 4$

$QR = \sqrt{(0-4)^2 + (1-6)^2}$

$= \sqrt{16+25}$

$= \sqrt{41}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$$QR = \sqrt{(0+4)^2 + (1-6)^2}$$
$$= \sqrt{16+25}$$
$$= \sqrt{41}$$

$$PR = \sqrt{(5-4)^2 + (-3-6)^2}$$
$$= \sqrt{1+81}$$
$$= \sqrt{82}$$

$$PR = \sqrt{(5+4)^2 + (-3-6)^2}$$
$$= \sqrt{81+81}$$
$$= \sqrt{162} \quad = 9\sqrt{2}$$

10) $P(x,y)$ $A(3,6)$ $B(-3,4)$

$AP = BP$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$AP^2 = BP^2$

$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-6)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2$

$\Rightarrow x^2 + 9 - 6x + y^2 + 36 - 12y = x^2 + 9 + 6x + y^2 + 16 - 8y$

$\Rightarrow -6x - 6x - 12y + 8 = 16 - 36$

$\Rightarrow -12x - 4y = -20$

$\Rightarrow +4(3x+y) = +20$

$\therefore 3x + y = 5$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली - 5.1

∵ प्रथम किमी० का किराया = 15 ₹

∴ दूसरा " " " = 15+8 = 23 ₹

∴ तीसरा " " " = 23+8 = 31 ₹

$\because a_2 - a_1 = 23 - 15 = 8$

तथा $a_3 - a_2 = 31 - 23 = 8$

$\because a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = 8$

अतः यह सूची AP में है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(i) माना कि बेलन में उपस्थित हवा की मात्रा V है।
प्रथम बार बेलन से हवा निकालने पर
हवा की मात्रा (a_1) = V - V का $\frac{1}{4}$

$$= V - \frac{V}{4}$$

$$= \frac{4V - V}{4}$$

$$= \frac{3V}{4}$$

दूसरा बार बेलन से हवा निकालने पर हवा की मात्रा (a_2) $= \frac{3V}{4} - \frac{3V}{4}$ का $\frac{1}{4}$

$$= \frac{3V}{4} - \frac{3V}{16}$$

$$= \frac{12V - 3V}{16}$$

$$= \frac{9V}{16}$$

तीसरा बार बेलन से हवा निकालने पर
हवा की मात्रा (a_3) $= \frac{9V}{16} - \frac{9V}{16}$ का $\frac{1}{4}$

$$= \frac{9V}{16} - \frac{9V}{64}$$

$$= \frac{36V - 9V}{64}$$

$$= \frac{27V}{64}$$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

$a_2 - a_1 = \frac{9V}{16} - \frac{3V}{4}$

$= \frac{9V - 12V}{16} = \frac{-3V}{16}$

$a_3 - a_2 = \frac{27V}{64} - \frac{9V}{16}$

$= \frac{27V - 36V}{64} = \frac{-9V}{64}$

$\because a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

अतः यह सूची AP में नहीं है।

(iii) $\because$ प्रथम मीटर खुदाई की लागत $(a_1) = 150$ ₹

दूसरा " " " $(a_2) = 150 + 50 = 200$ ₹

तीसरा " " " $(a_3) = 200 + 50 = 250$ ₹

$\because a_2 - a_1 = 200 - 150 = 50$

$a_3 - a_2 = 250 - 200 = 50$

$\because a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = 50$

यह सूची AP में है।

(iv) $\because$ ~~प्रथम मीटर खुदाई~~

प्रथम वर्ष का भिन्नाधन $= 10000\left(1 + \frac{8}{100}\right)^1$

$= 10000 \times \frac{108}{100}$

$= 10800$ ₹

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

दूसरे वर्ष का मिश्रधन $(a_2) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$

$= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$

$= 11664$ ₹

तीसरे वर्ष का मिश्रधन $(a_3) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^3$

$= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$

$= 12597.12$ ₹

$a_2 - a_1 = 11664 - 10800$

$= 864$

$a_3 - a_2 = 12597.12 - 11664$

$= 933.12$

$\because a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

अतः दी गई सूची AP में नहीं है।

(i) $\because a = 10 \quad d = 10$

$a_2 = a + d = 10 + 10 = 20$

$a_3 = a + 2d = 10 + 2 \times 10 = 30$

$a_4 = a + 3d = 10 + 3 \times 10 = 40$

(ii) $\because a = -2 \quad d = 0$

$a_2 = a + d = -2 + 0 = -2$

$a_3 = a + 2d = -2 + 2 \times 0 = -2$

$a_4 = a + 3d = -2 + 3 \times 0 = -2$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(iii) $a = 4 \quad d = -3$

$a_2 = a + d = 4 + (-3) = 1$

$a_3 = a + 2d = 4 + 2 \times -3 = -2$

$a_4 = a + 3d = 4 + 3 \times -3 = -5$

(iv) $a = -1 \quad d = \frac{1}{2}$

$a_2 = a + d = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-2+1}{2} = \frac{-1}{2}$

$a_3 = a + 2d = -1 + \frac{1}{2} \times 2 = 0$

$a_4 = a + 3d = -1 + 3 \times \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25 \quad d = -0.25$

$a_2 = a + d = -1.25 + -0.25 = -1.50$

$a_3 = a + 2d = -1.25 + 2 \times -0.25 = -1.75$

$a_4 = a + 3d = -1.25 + 3 \times -0.25 = -0.40$

Q3 (i) AP :- 3, 1, -1, -3 .....

$a_1 = 3$

$d = a_2 - a_1$

$= 1 - 3 \quad = -2$

(ii) AP :- -5, -1, 3, 7 ....

$a = -5$

$d = a_2 - a_1 = -1 + 5 \quad = 4$

(iii) AP :- $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \ldots\ldots$

$a = \frac{1}{3}$

$d = a_2 - a_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}$

$= \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Ans AP - 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, ...

$a = 0.6$

$d = a_2 - a_1$

$= 1.7 - 0.6$

$= 1.7$

Ans (i) 2, 4, 8, 16 ...

$a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$

$a_3 - a_2 = 8 - 4 = 4$

$\because a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः दी गई सूची AP में नहीं है।

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}$ ...

$a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$

$a_3 - a_2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$

$\because a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \frac{1}{2}$

अतः दी गई सूची AP में है।

$a_5 = a + 4d$

$= 2 + 4 \times \frac{1}{2}$

$= 4$

$a_6 = a + 5d$

$= 2 + 5 \times \frac{1}{2} = 2 + \frac{5}{2} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$

$a_7 = a + 6d$

$= 2 + 6 \times \frac{1}{2} = 5$

(iii) 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 ...

$a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$

$a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$

$\because a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः दी गई सूची AP में नहीं है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(iv) $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}$ ....

$a_2 - a_1 = 3+\sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$

$a_3 - a_2 = 3+2\sqrt{2} - (3+\sqrt{2})$

$= 3+2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_4 - a_3 = 3+3\sqrt{2} - (3+2\sqrt{2})$

$= 3+3\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$\because a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \sqrt{2}$

उत्तर: दी गई संख्याएँ AP में हैं।

$\because d = \sqrt{2}$

$a_5 = a + 4d$

$= 3 + 4 \times \sqrt{2} = 3 + 4\sqrt{2}$

$a_6 = a + 5d$

$= 3 + 5 \times \sqrt{2} = 3 + 5\sqrt{2}$

$a_7 = a + 6d$

$= 3 + 6 \times \sqrt{2} = 3 + 6\sqrt{2}$

(x) $a, 2a, 3a, 4a, \ldots$

$a_2 - a_1 = 2a - a = a$

$a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$

$\because a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a$

$\therefore d = a$

$a_5 = a + 4d$

$= a + 4a = 5a$

$a_6 = a + 5d$

$= a + 5a = 6a$

$a_7 = a + 6d$

$= a + 6a = 7a$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(XI) $a, a^2, a^3, a^4, \ldots$

$a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a-1)$

$a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a-1)$

$\because a_2 - a_2 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः श्रेणी AP में नहीं है।

(XIII) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \ldots$

$a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$

$a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6}$

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$\because a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$

अतः दी गई श्रेणी AP में नहीं है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली - 2.1

1. आकृति (i) में शून्यकों की सं० = 0
   आकृति (ii) " " " " = 1
   आकृति (iii) " " " " = 3
   आकृति (iv) " " " " = 2
   आकृति (v) " " " " = 4
   आकृति (vi) " " " " = 3

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली - 2.2

1. (i) $x^2 - 2x - 8$

$= x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$

$= x(x-4) + 2(x-4) = 0$

$= (x-4)(x+2) = 0$

Case I

$x - 4 = 0$

$\therefore x = 4$

Case II and

$x + 2 = 0$

$\therefore x = -2$

$\alpha = 4$ तथा $\beta = -2$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\Rightarrow 4 - 2 = \frac{2}{1}$

$2 = 2$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow 4 \times -2 = \frac{-8}{1}$

$-8 = -8$

(ii) $4s^2 - 4s + 1$

$= 4s^2 - 2s - 2s + 1 = 0$

$= 2s(2s-1) - 1(2s-1) = 0$

$= (2s-1)(2s-1) = 0$

Case I

$2s - 1 = 0$

$\therefore s = \frac{1}{2}$

Case II

$2s - 1 = 0$

$s = \frac{1}{2}$

अतः $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-(-1)}{1}$

$= \frac{1+1}{2} = 1$

$= \frac{2}{2} = 1$

$= 1 = 1$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(iii) $6x^2 - 3 - 7x$

$\Rightarrow 6x^2 - 7x - 3 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 9x + 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow 3x(2x-3) + 1(2x-3) = 0$

$\Rightarrow (2x-3)(3x+1) = 0$

Case I

$2x - 3 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

Case II

$3x + 1 = 0$

$\therefore x = \frac{-1}{3}$

पाँच

$\alpha = \frac{3}{2}$, $\beta = \frac{-1}{3}$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{-1}{3} = \frac{7}{6}$

$\Rightarrow \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6}$

$\therefore \frac{7}{6} = \frac{7}{6}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{-1}{3} = \frac{-3}{6}$

$\therefore \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$

(iv) $4u^2 + 8u = 0$

$4u(u+2) = 0$

$4u = 0$

$\therefore u = 0$

$u + 2 = 0$

$\therefore u = -2$

उत्तर: $\alpha = 0$, $\beta = -2$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\Rightarrow 0 - 2 = \frac{-8}{4}$

$-2 = -2$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$0 \times -2 = \frac{0}{4}$

$0 = 0$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(v) $t^2 - 15$

$\Rightarrow t^2 - 15 = 0$

$\Rightarrow t^2 = 15$

$\therefore t = \sqrt{15}$

3rd: $\alpha = \sqrt{15}$ $\quad \beta = -\sqrt{15}$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ $\quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \sqrt{15} - \sqrt{15} = \frac{0}{1}$ $\quad \sqrt{15} \times -\sqrt{15} = \frac{-15}{1}$

$0 = 0$ $\quad -15 = -15$

(vi) $3x^2 - x - 4 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$

$\Rightarrow x(3x-4) + 1(3x-4) = 0$

$\Rightarrow (3x-4)(x+1) = 0$

Case I

$3x - 4 = 0$

$\therefore x = \frac{4}{3}$

Case II

$x + 1 = 0$

$\therefore x = -1$

3rd: $\alpha = \frac{4}{3}$ $\quad \beta = -1$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ $\quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\frac{4}{3} + -1 = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{4}{3} \times -1 = \frac{-4}{3}$

$\Rightarrow \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Q → (i) $\alpha + \beta = \frac{1}{4}$ $\quad \alpha \cdot \beta = -1$

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x - 1$

$= \frac{4x^2 - 1x - 4}{4}$

$= 4x^2 - x - 4$

(ii) $\alpha + \beta = \sqrt{2}$ $\quad \alpha \cdot \beta = \frac{1}{3}$

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}$

$= \frac{3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1}{3}$

$= 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$

(iii) $\alpha + \beta = 0$ $\quad \alpha \cdot \beta = \sqrt{5}$

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$= x^2 - 0x + \sqrt{5}$

$= x^2 + \sqrt{5}$

(iv) $\alpha + \beta = 1$ $\quad \alpha \cdot \beta = 1$

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$= x^2 - 1x + 1$

$= x^2 - x + 1$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(v) $\alpha + \beta = -\frac{1}{1}$ $\alpha \cdot \beta = \frac{1}{4}$

দ্বিঘাত বহুপদ $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$= x^2 + x + \frac{1}{4}$

$= \frac{4x^2 + 4x + 1}{4}$

$= 4x^2 + 4x + 1$

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

अध्याय - A·1

गणितीय उपपत्तियाँ

⇒ गणित में उपपत्तियाँ Proofs in Mathematics

* वाक्य (Sentence) :- वाक्य हमारे विचारों को दूसरे व्यक्ति तक पहुँचाने का माध्यम है। अर्थात वाक्य उन शब्दों का संग्रह है जिसमें एक अर्थपूर्ण निकलता है।

जैसे :- आप्प बहुत गर्मी है।
राम वहाँ जाओ।

⇒ सामान्यतः वाक्य कई प्रकार के होते हैं :-

(i) निश्चयात्मक — Assertive
(ii) प्रश्नसूचक — Interrogative
(iii) आदेशसूचक — Imperative
(iv) विस्मयादि बोधक — Exclamatory

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

* कथन (Statement) :- कथन एक वाक्य है जो पूर्णतः सत्य होता है या असत्य। परन्तु दोनों नहीं होता है।
जैसे :- कोयला काला होता है। (सत्य)
गुजरात की राजधानी चेन्नई है। (असत्य)
3+5 = 9 (असत्य)
Δ के तीनों अन्तः कोणों का योग 180° होता है (सत्य)

⇒ कथन के प्रकार :-
→ कथन तीन प्रकार के होते हैं :-
(i) प्रमेय
(ii) कंपेक्चर
(iii) अभिग्रहीत

(i) प्रमेय (Theorem) :- प्रमेय वह गणितीय कथन है जिसकी सत्यता विभिन्न प्रकार के स्वयं सिद्धों के आधार पर तर्क से प्रमाणित की जाती है।
जैसे :- Δ के तीनों कोणों का योगफल 180° होता है।
दो लगातार सम प्राकृत संख्या का गुणनफल सम संख्या होता है
कोई भी तीन क्रमागत प्राकृत संख्या का गुणनफल 16 से भाज्य होता।

(ii) कंपेक्चर (Conjecture) :- कंपेक्चर वह गणितीय कथन है जिससे हम अपने गणितीय ज्ञान और अनुभव के आधार पर सत्य मानते हैं।
कंपेक्चर सत्य और असत्य दोनों हो सकता है। यदि किसी कंपेक्चर को सिद्ध कर दिया जाए तो वह एक प्रमेय बन जाता है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

Ex:- $2+4+6 = 12$, $6+8+10 = 24$

$4+6+8 = 18$, $8+10+12 = 30$

इन उदाहरणों के आधार पर निम्न कंपेक्चर दे सकते हैं।

(i) तीन क्रमागत सम संख्याओं का योगफल सम संख्या होता है। (सत्य)

(ii) तीन क्रमागत सम संख्याओं का योगफल तीन से भाज्य होती है। (सत्य)

(iii) तीन क्रमागत सम संख्याओं का योगफल चार से विभाज्य होती है। (असत्य)

(iv) तीन क्रमागत सम संख्याओं का योगफल 6 से विभाज्य होता है। (सत्य)

(iii) अभिग्रहीत / स्वयंसिद्ध (Axiom) :- कुछ गणितीय कथन इतने स्पष्ट होते हैं कि इसके लिए किसी प्रमाण की आवश्यकता नहीं होती है। इन्हें बिना किसी उत्पत्ति के ही सत्य मान लिया जाता है। ऐसे कथन अभिग्रहित या स्वयं सिद्ध कहलाते हैं।

यूक्लिड ने अपने ज्यामितिय अवधारणाओं में अभिग्रहितों का व्यापक रूप में प्रयोग किया है।

(i) किसी एक बिन्दु से किसी अन्य बिन्दु तक एक सरल रेखा खींची जा सकती है।

(ii) किसी भी केन्द्र और कोई भी त्रिज्या लेकर एक वृत खींचा जा सकता है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

⇒ गणितीय उपपत्तियाँ Mathematical proof :-

उपपत्तियाँ गणितीय कथनों का एक क्रमबद्ध तर्कसंगत अनुक्रम जिसका प्रत्येक कदम उपपत्ति के पिछले कदम पर, पहले सिद्ध किए गए प्रमेय पर, किसी अभिग्रहीत पर तार्किक रूप से निगमित किया जाता है, गणितीय उपपत्ति कहलाता है।

दूसरे शब्दों में वह प्रक्रम जो केवल तर्कसंगत तर्कों के आधार पर गणितीय कथनों की सत्यता स्थापित करता है, गणितीय उपपत्ति कहलाता है।

⇒ गणितीय उपपत्ति ज्ञात करने की दो विधियाँ हैं :-

(i) प्रत्यक्ष विधि उपपत्ति Direct Proof
(ii) अप्रत्यक्ष उपपत्ति Indirect Proof या विरोधाभास से उपपत्ति

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली - A 1·1

Q (i) यह वाक्य ~~कथन~~ कथन नहीं है। क्योंकि गणित की सभी पाठ्य पुस्तक रोचक भी हो सकती है और नहीं भी।

(ii) यह वाक्य सत्य कथन है क्योंकि हम जानते हैं कि पृथ्वी से सूर्य की दूरी लगभग 1.5×10^8 km अर्थात 15 करोड़ km है।

(iii) यह वाक्य सत्य कथन है, क्योंकि हम जानते हैं कि सभी मानव को एक न एक दिन बुढ़ापा आएगा।

(iv) यह वाक्य कथन नहीं है क्योंकि इससे स्पष्ट नहीं होता है कि यात्रा किससे कि जाती है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

(v) यह वाक्य कथन नहीं है क्योंकि इससे स्पष्ट नहीं होता है कि x हाथी की दूरी के लिए चाइनाकुलर का ही प्रयोग किया पाता है।

2. (i) यह कथन सत्य है क्योंकि बहुभुज ऐसा रेखाओं से बनी किसी तरह के आकृति को कि षट्भुज है वह बहुभुज के अन्तर्गत आता है।

(ii) यह कथन सत्य है क्योंकि हम पाते हैं कि सभी पंचभुज बहुभुज होते हैं।

(iii) यह कथन असत्य है क्योंकि हम पाते हैं कि सभी सम संख्या 2 से भाज्य होती है।

(iv) यह कथन सत्य है क्योंकि हम पाते हैं कि वास्तविक संख्या केवल परिमेय संख्या या अपरिमेय संख्या नहीं होती है।

3. (i) $a = 0$, $b = 0$

$ab = 0 \times 0 = 0$ यह कथन असत्य है।

(ii) $a = 1, (2), 3, 4, \ldots$ $b = 1, (2), 3, 4$

$ab = 2 \times 2 = 4 \neq 0$ यह कथन सत्य है।

(iii) यदि $a \neq 0$ यदि $b \neq 0$

$ab = 3 \times 0 = 0$ $0 \times 2 = 0$ यह कथन उपरो

निम्न कथनों में से दूसरा कथन सही है।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

4. (i) यदि $a^2 > b^2$ तो $a > b$

यदि $a > 0$ और $a^2 > b^2$ तो $a > b$ होगा तथा $b > 0$ होगा।

(ii) यदि $x^2 = y^2$ तो $x = y$

→ यदि x और y का मान या तो धनात्मक पूर्णांक या ऋणात्मक पूर्णांक हो तो $x^2 = y^2$ तो $x = y$ होगा।

(iii) यदि $(x+y)^2 = x^2 + y^2$, तो $x = 0$

→ यदि $y \neq 0$ और $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ तो $x = 0$ होगा।

(iv) चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

→ समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

समांतर श्रेढ़ी (Arithmatic progression) या A.P.

समांतर श्रेणी → समांतर श्रेढ़ी संख्याओं की एक ऐसी सूची है जिसमें प्रत्येक पद (पहले पद को छोड़कर) अपने पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है। यह निश्चित संख्या A.P. का सार्व अंतर (Common difference) कहलाती है। यह सार्व अन्तर (c.d) धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है। एक A.P के पहले पद को a_1, दूसरे पद को a_2 और nवें पद को a_n तथा सार्व अन्तर को d से व्यक्त किया जाता है। तब A.P. $a_1, a_2, a_3 \dots a_{n-1}, a_n$.

अतः $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_n - a_{n-1} = d$

उदाहरण →

(i) 1, 2, 3, 4, 5 ——

(ii) 100, 70, 40, 10 ——

(iii) -3, -2, -1, 0 ——

(iv) 3, 3, 3, 3 ——

(i) में प्रत्येक पद अपने पिछले पद से 1 अधिक है।
या $2-1 = 3-2 = 4-3 = 5-4 = 1 = d$
इसीप्रकार प्रत्येक पद में -30 जोड़ने पर अगला पद आता है। ∴ इस A.P. का $d = -30$

$70 - 100 = 40 - 70 = 10 - 40 = -30 = d$

इसी प्रकार

$-2 - (-3) = -1 - (-2) = 0 - (-1) = 1 = d$

Scanned with CamScanner

इसी प्रकार (iv) में प्रत्येक पद में शून्य जोड़ने पर यह A.P. बनता है।

$3-3 = 3-3 = 3-3 = 0 = d$

कहने का मतलब यह है हरेक स्थिति में सार्व अंतर A.P. के किसी भी सूचि एकरूप होना चाहिए। यदि सार्वअंतर (c.d) भिन्न-भिन्न है तो आपके दिया हुआ सूचि A.P. नहीं माना जाएगा।

$a, a+d, a+2d, a+3d$ यह एक समांतर श्रेढ़ी को निरूपित करता है।
जहाँ a पहला पद है और d सार्व अंतर है।
इसे A.P. का व्यापक रूप (general form) कहा जाता है।

A.P. दो प्रकार का होते हैं।

परिमित A.P. → A.P. के सूचि में पदों की संख्या निश्चित हो तो उस A.P. को Finite A.P. (परिमित A.P.) कहा जाता है।

जैसे → 147, 148, 149, 150, 1501, 152
950, 900, 850, 800, 750, 700

इनमें अन्तिम पद होते हैं।

अपरिमित A.P. → जिस A.P. के सूचि में पदों की संख्या निश्चित न हो, तो उस A.P. को Infinite A.P. कहा जाता है।

Scanned with CamScanner

~~इसमें अन्तिम पद नहीं होता है।~~

जैसे → 1, 2, 3, 4, 5 - - - - -

100, 70, 40, 10 - - -

प्रश्नावली 5.1

(1) (i) हाँ, 15, 23, 31 - - - - - एक A.P. बनाते हैं क्योंकि प्रत्येक अगला पद पिछले पद में 8 जोड़ने से प्राप्त होता है। यानि सार्वअन्तर(d) एक है।

$d = 23 - 15 = 31 - 23 = 8$

(ii) नहीं, आयतन $v, \frac{3v}{4}, \left(\frac{3v}{4}\right)^2$ - - - - है। क्यों कि इसमें सार्वअन्तर (d) एक नहीं है।

(iii) हाँ, 150, 200, 250, 300 - - - एक A.P. बनाते हैं। क्यों कि इसमें सार्वअन्तर(d) एक है।

(iv) नहीं, राशियाँ $10000\left(1+\frac{8}{100}\right), 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2, 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^3$ - - - है। इसमें सार्वअन्तर एक नहीं है।

(2) (i) $a = 10, d = 10$ (ii) $a = -2, d = 0$

10, 20, 30, 40   -2, -2, -2, -2

Scanned with CamScanner

(iii) $a = 4, \quad d = -3$

$4, 1, -2, -5$

(iv) $a = -1, \quad d = \frac{1}{2}$

$-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25, \quad d = -0.25$

$-1.25, -1.50, -1.75, -2.0$

(3) (i) $3, 1, -1, -3 \ldots\ldots$

$d = 1 - 3 = -1 - 1 = -3 - (-1)$

$d = -2 = -2 = -2$

∴ प्रथम पद 3 और सार्वअंतर $= -2$ है।

(ii) $-5, -1, 3, 7$

$d = -1 - (-5) = 3 - (-1) = 7 - 3$

$d = 4 = 4 = 4$

∴ प्रथम पद -5 और सार्वअंतर 4 है।

Scanned with CamScanner

(5)

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}$

$d = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{9}{3} - \frac{5}{3} = \frac{13}{3} - \frac{9}{3}$

$d = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

∴ प्रथम पद $\frac{1}{3}$ और सार्वअंतर $\frac{4}{3}$ है।

(iv) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9 .....

$d = 1.7 - 0.6 = 2.8 - 1.7 = 3.9 - 2.8 = 1.1$

∴ प्रथम पद 0.6 और सार्वअन्तर = 1.1 है।

(4) (i) 2, 4, 8, 16

$d = 4 - 2 \neq 8 - 4 \neq 16 - 8$

$d = 2 \neq 4 \neq 8$

इसका सार्वअन्तर (d) भिन्न-भिन्न है।
इसलिए तीन और पद नहीं लिखा जा सकता है।

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}$

$d = \frac{5}{2} - 2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2} - 3$

$d = \frac{5-4}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{7-6}{2}$

$d = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Scanned with CamScanner

पाँचवाँ पद $= \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = 4$

छठवाँ पद $= 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

सातवाँ पद $= \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5$

(iii) $d = -2, -9.2, -11.2, -13.2$

(iv) $d = 4, 6, 10, 14$

(v) $d = \sqrt{2}, 3+4\sqrt{2}, 3+5\sqrt{2}, 3+6\sqrt{2}$

(vi) नहीं

(vii) $d = -4, -16, -20, -24$

(viii) $d = 0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

(ix) नहीं

(x) $d = a, 5a, 6a, 7a$

(xi) नहीं

(xii) $d = \sqrt{2}, \sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$

(xiii) नहीं

(xiv) नहीं

Scanned with CamScanner

(xv) $d = 24, 97, 121, 145$

प्रश्नावली 5.2

प्रथम पद a और सार्वअंतर (d) वाली एक A.P. का nवाँ पद = $a_n = a + (n-1)d$

a_n को A.P. का व्यापक पद (general term) कहा जाता है। यदि किसी A.P. में m पद हैं तो a_m इसके अंतिम पद को निरूपित करता है जिसे कभी-कभी l द्वारा भी व्यक्त किया जाता है।

पहला पद $(a_1) = a + (n-1)d$
$= a + (1-1)d$
$= a$

दूसरा पद $(a_2) = a + (n-1)d$
$= a + (2-1)d$
$= a + d$

इसी प्रकार तीसरा पद $(a_3) = a + (n-1)d$
$= a + (3-1)d$
$= a + 2d$

इसी प्रकार सभी पदों को निकाला जा सकता है।

Scanned with CamScanner

प्रश्नावली 5.2

(1) (i) $a_8 = a + (n-1)d$

$= 7 + (8-1) \times 3$

$= 7 + 7 \times 3$

$= 7 + 21$

$= 28$

(ii) $a_{10} = a + (n-1)d$

$= 0 \quad = -18 + (10-1)d$

$\Rightarrow 0 = -18 + 9d$

$\Rightarrow 18 = 9d$

$\therefore d = 2$

(iii) $a_{18} = a + (n-1)d$

$\Rightarrow -5 = a + (18-1) \times -3$

$\Rightarrow -5 = a + (-51)$

$\Rightarrow -5 = a - 51$

$\Rightarrow a = -5 + 51$

$\therefore a = 46$

Scanned with CamScanner

প্রশ্নমালা (iv) নং ৮ এর সমাধান।

(2) (i) $d = 7-10 = 4-7 = -3$

$a_{30} = a + (n-1)d$

$= 10 + (30-1) \times -3$

$= 10 + (-87)$

$= 10 - 87$

$= -77$ — (c)

(ii) $d = -\frac{1}{2} - (-3)$

$= -\frac{1}{2} + 3$

$= \frac{-1+6}{2}$

$= \frac{5}{2}$

$a_{11} = a + (n-1)d$

$= -3 + (11-1) \times \frac{5}{2}$

$= -3 + 10 \times \frac{5}{2}$

$= -3 + 25$

$= 22$ — (13)

Scanned with CamScanner

(3) (i) 2, [14] 26

$a_3 = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 26 = 2 + (3-1)d$

$\Rightarrow 26 = 2 + 2d$

$\Rightarrow 26 - 2 = 2d$

$\Rightarrow 24 = 2d$

$\therefore d = 12$

~~d~~ ∴ प्रथम पद 2 और द्वितीय पद $2 + 12 = 14$

(ii) [18], 13, [8], 3

$a_2 = a + (n-1)d$

$13 = a + (2-1)d$

$13 = a + d$ — (i)

$a_4 = a + (n-1)d$

$3 = a + (4-1)d$

$3 = a + 3d$ — (ii)

समीकरण (i) − (ii)

$a + d = 13$

$a + 3d = 3$

$-2d = 10$

$\therefore d = -5$

$a + d = 13$

$\Rightarrow a + (-5) = 13$

$\Rightarrow a - 5 = 13$

$\therefore a = 18$

(iii) $5, \boxed{6\frac{1}{2}}, \boxed{8}, 9\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a_4 = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 9\frac{1}{2} = 5 + (4-1)d$

$\Rightarrow \frac{19}{2} = 5 + 3d$

$\Rightarrow \frac{19}{2} - 5 = 3d$

$\Rightarrow \frac{19-10}{2} = 3d$

$\Rightarrow \frac{9}{2} = 3d$

$\Rightarrow \frac{9}{2 \times 3} = d$

$\Rightarrow d = \frac{3}{2}$

$\therefore$ दूसरा पद $= 5 + \frac{3}{2}$

$= \frac{10+3}{2} = \frac{13}{2}$

$= 6\frac{1}{2}$

तीसरा पद $\frac{13}{2} + \frac{3}{2} = \frac{16}{2} = 8$

Scanned with CamScanner

(iv) $-4, \boxed{-2}, \boxed{0}, \boxed{2}, \boxed{4}, 6$

$a_6 = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 6 = -4 + (6-1)d$

$\Rightarrow 6 = -4 + 5d$

$\Rightarrow 6 + 4 = 5d$

$\Rightarrow 10 = 5d$

$\therefore d = 2$

दूसरा पद $= -4 + 2 = -2$

तीसरा पद $-2 + 2 = 0$

चौथा पद $= 0 + 2 = 2$

पाँचवाँ पद $2 + 2 = 4$

(v) $\boxed{53}, 38, \boxed{23}, \boxed{8}, \boxed{-7}, -22$

$a_2 = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 38 = a + (2-1)d$

$\Rightarrow 38 = a + d$ — (i)

$a_6 = a + (n-1)d$

$-22 = a + (6-1)d$

$-22 = a + 5d$ — (ii)

समीकरण (i) − (ii)

$a + d = 38$

$\underline{a \pm 5d = \mp 22}$

$-4d = 60$

$\therefore d = -15$

$a + d = 38$

$\Rightarrow a - 15 = 38$

$\Rightarrow a = 38 + 15$

$\therefore a = 53$

Scanned with CamScanner

(4) $d = 5,\ a = 3$

माना कि nवाँ पद 78 है।

$a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 78 = 3 + (n-1)5$

$\Rightarrow 78 - 3 = 5n - 5$

$\Rightarrow 75 + 5 = 5n$

$\Rightarrow 80 = 5n$

$\therefore n = 16$

(5) (i) $7, 13, 19, \ldots\ldots 205$

$d = 6,\ a = 7$

$a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 205 = 7 + (n-1)6$

$\Rightarrow 205 = 7 + 6n - 6$

$\Rightarrow 205 = 1 + 6n$

$\Rightarrow 204 = 6n$

$\Rightarrow n = 34$

(ii)

(6) $a = 11, \quad d = -3$

$a_n = a + (n-1) \times -3$

$\Rightarrow -150 = 11 + (-3n + 3)$

$\Rightarrow -150 = 11 - 3n + 3$

$\Rightarrow -150 - 14 = -3n$

$\Rightarrow +164 = +3n$

$\therefore n = \frac{164}{3} = 54\frac{2}{3}$ नहीं

क्योंकि n का मान धनात्मक पूर्णांक होना है।

(7.) $a_{11} = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 38 = a + (11-1)d$

$\Rightarrow 38 = a + 10d$ — (i)

दूसरी प्रकार

$a_{16} = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 73 = a + (16-1)d$

$\Rightarrow 73 = a + 15d$ — (ii)

Scanned with CamScanner

~~$\therefore$ 2-nd a_{20} - (i) — (ii)~~

$a + 10d = 38$

$a + 15d = -73$

$-5d = +35$

$\therefore d = 7$

~~$a_{31} = a$~~ $a + 10d = 38$

$a + 10 \times 7 = 38$

$a = 38 - 70$

$\therefore a = -32$

$a_{31} = a + (n-1)d$

$= -32 + (31-1) \times 7$

$= -32 + 30 \times 7$

$= -32 + 210$

$= 178$ Ans

कुल 21 का 2 गया

(8) $a_{50} = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 106 = a + (50-1)d$

$\Rightarrow 106 = a + 49d$ — (i)

$a_3 = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 12 = a + (3-1)d$

$\Rightarrow 12 = a + 2d$

समीकरण (i) — (ii)

$$\begin{array}{r} a + 49d = 106 \\ a + 2d = 12 \\ \hline 47d = 94 \end{array}$$

$\therefore d = 2$

$a + 2d = 12$

$\Rightarrow a + 2 \times 2 = 12$

$\Rightarrow a = 12 - 4$

$\therefore a = 8$

Scanned with CamScanner

$a_{29} = a + (n-1)d$

$= 8 + (29-1) \times 2$

$= 8 + 28 \times 2$

$= 8 + 56$

$= 64$ Ans

(9.) $a_3 = a + (n-1)d$

$4 = a + (3-1)d$

$4 = a + 2d$ — (i)

$a_9 = a + (n-1)d$

$-8 = a + (9-1)d$

$-8 = a + 8d$ — (ii)

समी. (i) — (ii)

$a + 2d = 4$

$a + 8d = -8$

$- \quad - \quad +$

$-6d = 12$

$\therefore d = -2$

उत्तर

Scanned with CamScanner

$a + 2d = 4$

$\therefore a + 2 \times -2 = 4$

$\therefore a - 4 = 4$

$\therefore a = 8$

माना कि nवाँ पद शून्य हो जाएगा।

$a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow 0 = 8 + (n-1) \times -2$

$\Rightarrow 0 = 8 + (-2n + 2)$

$\Rightarrow 0 = 8 - 2n + 2$

$\Rightarrow 2n = 10$

$\therefore n = 5$ Ans

(10) माना कि A.P. श्रेणी का पद a और सार्वअन्तर (d) है।

$a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow a_{10} = a + (10-1)d$

$\Rightarrow a_{10} = a + 9d$ — (i)

Scanned with CamScanner

$a_{17} = a + (n-1)d$

$\Rightarrow a_{17} = a + (17-1)d$

$\Rightarrow a_{17} = a + 16d$ — (ii)

प्रश्नानुसार,

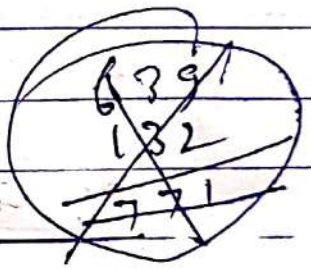
$a_{17} = a_{10} + 7$

या, $a + 16d = a + 9d + 7$

या, $16d - 9d = 7$

या, $7d = 7$

$\therefore d = 1$



(11) $a = 3, d = 12$

माना कि नवाँ पद क्रमशः 132 अधिक होगा।

प्रश्नानुसार,

$a + (n-1)d = a + (n-1)d + 132$

या, $3 + (n-1)12 = 3 + (54-1) \times 12 + 132$

या, $3 + 12n - 12 = 3 + 53 \times 12 + 132$

या, $3 + 12n - 12 = 3 + 636 + 132$

या, $12n - 9 = 771$

Scanned with CamScanner

(20)

$\Rightarrow 12n = 771 + 9$

$\Rightarrow 12n = 780$

$\Rightarrow n = \frac{780}{12}$

$\therefore n = 65$ Ans

(12) माना कि दोनों A.P. का सार्वअन्तर $(d) = 1$ है और दोनों A.P. का प्रथम पद a तथा b है।

$\therefore$ प्रश्नानुसार,

$a_{100} - b_{100} = 100$

$\Rightarrow a + (n-1)\times d - [b + (n-1)\times d] = 100$

$\Rightarrow a + (100-1)\times d - [b + (100-1)\times d] = 100$

$\Rightarrow a + 99d - [b + 99d] = 100$

$\Rightarrow a + 99d - b - 99d = 100$

$\therefore a - b = 100$ ---(1)

इसी प्रकार,

$a_{1000} - b_{1000}$

$\Rightarrow a + (n-1)\times d - [b + (n-1)\times d]$

$\Rightarrow a + (1000-1)\times d - [b + (1000-1)\times d]$

$\Rightarrow a + 999d - [b + 999d]$

Scanned with CamScanner

(21)

~~∴ a + 99d = a + 99d~~

∴ a − a = 100 ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

a − a = 100

अतः 1000 वें पदों का अन्तर 100 है।

(13) 105, 112, 119, 126 994

a = 105, d = 7

$a_n = a + (n-1) \times d$

∴ 994 = 105 + (n − 1) × 7

∴ 994 = 105 + 7n − 7

∴ 994 = 98 + 7n

∴ 7n = 994 − 98

∴ 7n = 896

∴ $n = \frac{896}{7}$

∴ n = 128 Ans

994 | 98 | 896 | 7 = 1

(14) 12, 16, 20, 24 ——— 248

$a_n = a + (n-1) \times d$

$\Rightarrow 248 = 12 + (n-1) \times 4$

$\Rightarrow 248 = 12 + 4n - 4$

$\Rightarrow 248 = 8 + 4n$

$\Rightarrow 248 - 8 = 4n$

$\Rightarrow 240 = 4n$

$\Rightarrow n = \frac{240}{4}$

$\therefore n = 60$ Ans

Scanned with CamScanner

15 प्रश्नानुसार,

$a_n = b_n$

$a+(n-1)\times d = b+(n-1)\times d$

$\therefore 63+(n-1)\times 2 = 3+(n-1)\times 7$

$\therefore 63+2n-2 = 3+7n-7$

$\therefore 61+2n = -4+7n$

$\therefore 61+4 = 7n-2n$

$\therefore 65 = 5n$

$\therefore n = \frac{65}{5}$

$\therefore n = 13$ Ans

16 $a_5 = a+(n-1)\times d$

$= a+(5-1)\times d$

$= a+4d$ —(i)

$a_7 = a+(7-1)\times d$

$= a+6d$ —(ii)

Scanned with CamScanner

(24)

प्रश्नावली,

$a + 6d = a + 4d + 12$

$\therefore 2d = 12$

$\therefore d = 6$

पुनः $\because a_3 = a + (3-1) \times 6$

$\therefore 16 = a + 2 \times 6$

$\therefore 16 - 12 = a$

$\therefore a = 4$

$\therefore$ अभीष्ट A.P है, 4, 10, 16, 22 - - - Ans

(17.) $a_n = a + (n-1) \times d$

$\therefore 253 = 3 + (n-1) \times 5$

$\therefore 253 - 3 = 5n - 5$

$\therefore 250 = 5n - 5$

$\therefore 250 + 5 = 5n$

$\therefore 255 = 5n$

Scanned with CamScanner

वे, $n = \frac{255}{5}$

$\therefore n = 51$

अंतिम पद से 20 वाँ पद AP का 32 वाँ पद होगा।

$a_{32} = a + (n-1) \times d$

$= 3 + (32-1) \times 5$

$= 3 + 31 \times 5$

$= 3 + 155$

$= 158$ Ans

कुल अंक (2 मार्क)